11 - Regulátory

Michael Šebek

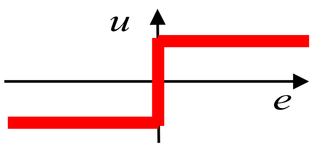
Automatické řízení 2019

25-bře-19

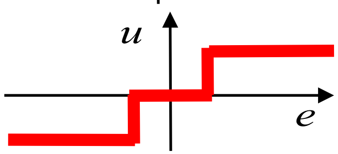
Nejjednodušší regulátory

- v jistém smyslu nejjednodušší regulátor je On-Off (Bang-bang)
- má jen dvě možné výstupní hodnoty
- vždy použije maximální korektivní akci
- je to vlastně nelinearita typu

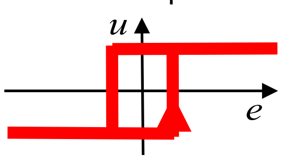
$$u = \begin{cases} u_{\max}, & \text{if } e > 0 \\ u_{\min}, & \text{if } e < 0 \end{cases}$$



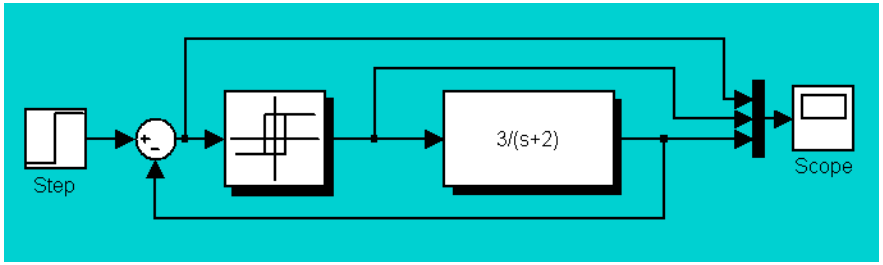
signum



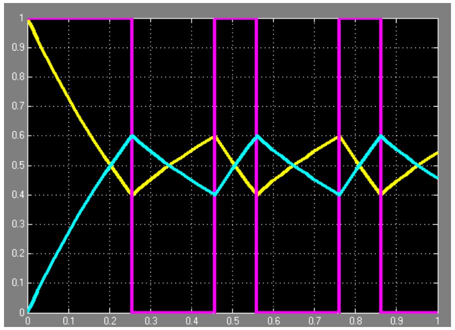
pásmo necitlivosti



hystereze



- udrží výstup poblíž požadované hodnoty, ale vede na oscilace (sign funguje jen když má soustava velké zpoždění)
- tento regulátor řídicí zásahy „přehání“ (nejsou totiž úměrné velikosti odchylky)
- to napraví proporcionální regulátor



Proporcionální akce

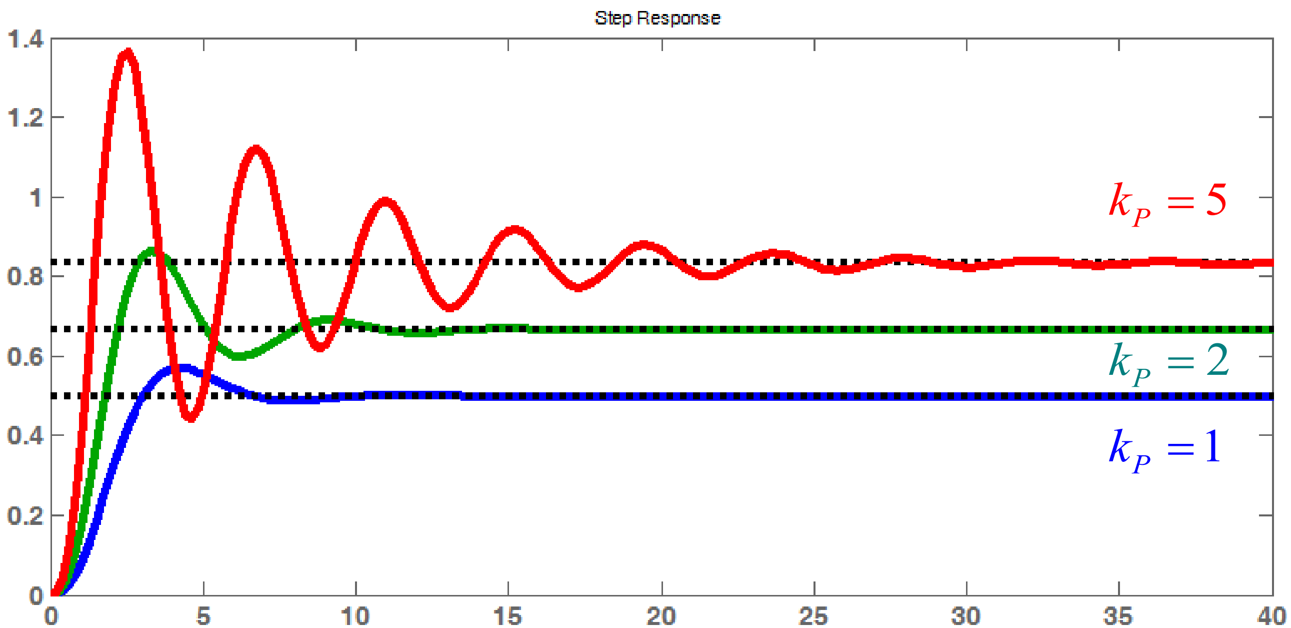
P regulátor

$$u(t) = k_P e(t)$$

V literatuře o regulátorech se referenci často říká set point

takže $r = y_{ref} = y_{sp}$

- Větší k_P zmenšuje ustálenou odchylku,
- ale často (ne vždy) výstup rozkmitává a vede až ke ztrátě stability



$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^3}$$

$$u(s) = k_P e(s)$$

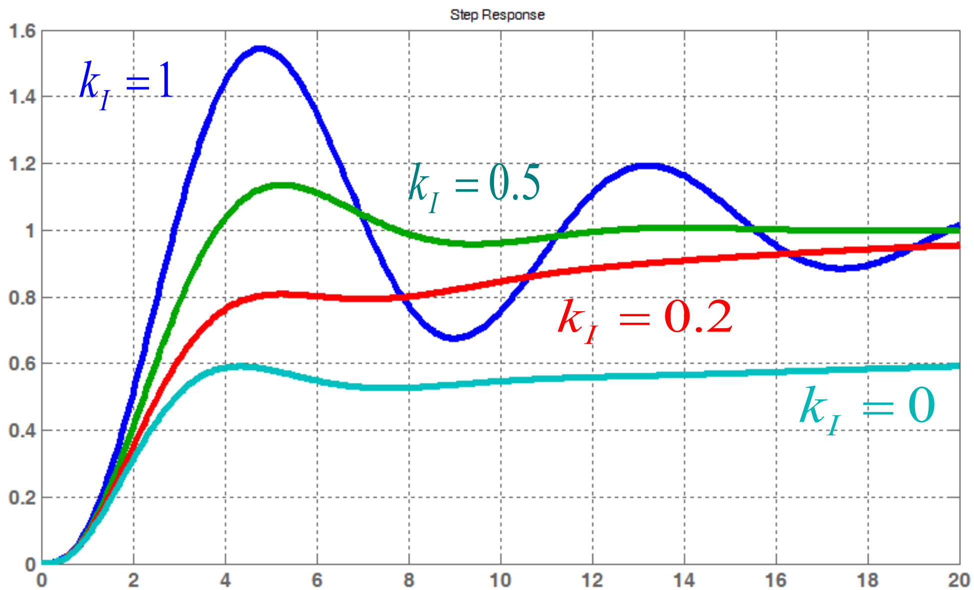
$$y_{sp}(s) = \frac{1}{s}$$

Integrální akce

I složka

$$u(t) = k_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad \left(\; + e(0) \; \right)$$

- v ustáleném stavu je odchylka na skok vždy nulová
- pro větší k_I se odchylka blíží k nule rychleji, ale více kmitá - to platí ale často, ale ne vždy



$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^3}$$

$$u(s) = \left(1 + k_I \frac{1}{s}\right) e(s)$$

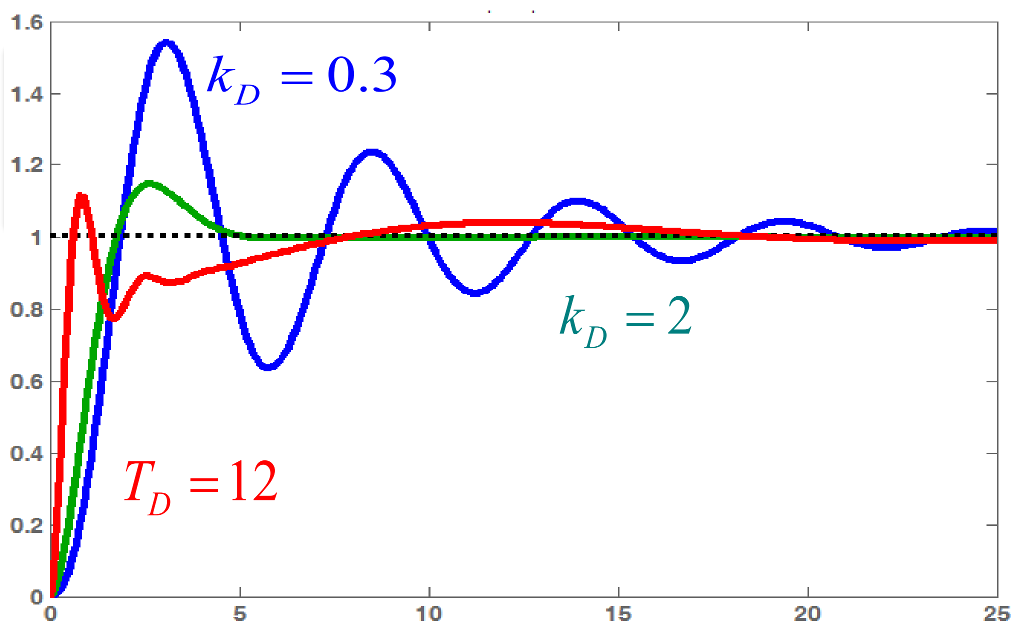
$$y_{sp}(s) = \frac{1}{s}$$

Derivační akce

D složka

$$u(t) = k_D \dot{e}(t)$$

- při konstantním e je nulová
- vylepšuje dynamiku
- se zvětšováním k_D tlumení nejprve roste a pak zase klesá
  - to platí ale často, ale ne vždy



$$C(s) = 3 + \frac{1.5}{s} + k_D s$$

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^3}$$

$$y_{sp}(s) = \frac{1}{s}$$

Proporcionálně - Integrační - Derivační: PID

- PID regulátor znáte z cvičení: má tři členy – tzv. školní verze:

P I D

$$u(t) = k_P e(t) + k_I \int_{t_0}^{t} e(\tau)d\tau + k_D \dot{e}(t)$$

P I D

$$\frac{U(s)}{E(s)} = D_C(s) = k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s$$

- při řízení průmyslových procesů se také užívá označení

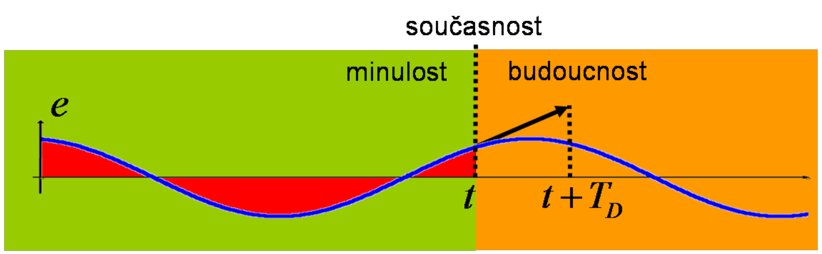
$$D_C(s) = k_P \left[1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right]$$

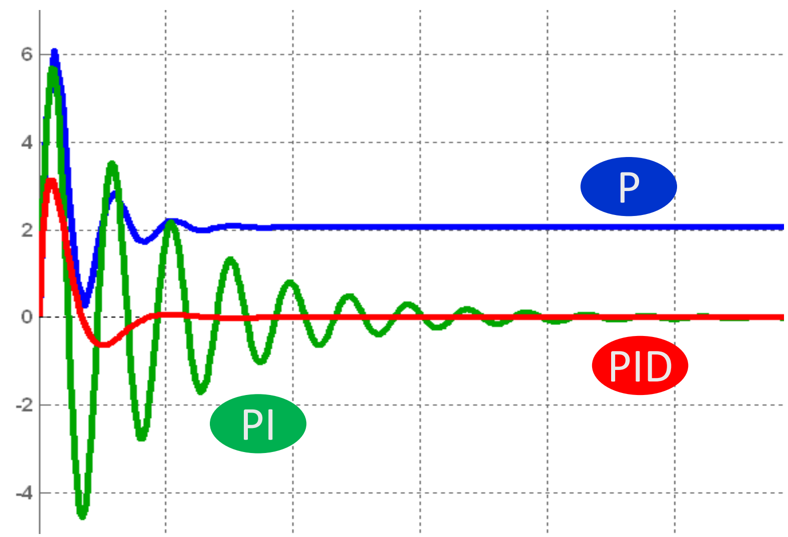
P I D

kde T_I je „časová integrační konstanta" [s]

kde T_D je „časová derivační konstanta" [s]

- PID využívá znalosti současných, minulých i budoucích (extrapolovaných) hodnot odchylky





Kdy můžeme použít PID regulátor

- K řízení většiny průmyslových procesů (i mnoha jiných systémů) překvapivě stačí PID, pokud nejsou požadavky na chování příliš vysoké

Kdy postačí PI

- Všechny stabilní procesy můžeme řídit regulátorem I při mírných požadavcích na chování, nemusí-li být řízení přesné
- Složka P ještě chování vylepší
- Proto je nejužívanějším regulátorem PI (i pro soustavy s integrální akcí), plně vyhovuje pro 1. řádu
- Derivační složka se užívá méně často

Kdy je užitečná D složka:

- Např. pro dvojitý integrátor, málo tlumenou soustavu,
- Pro soustavy 2. řádu stačí PID - zanedbáme-li saturace, robustnost, …

Složitější řízení je potřeba:

- Pro složitější soustavy: vyšších řádů, se zpožděním,…
- Máme-li větší nároky na řízení (přesné, optimální), robustnost, …

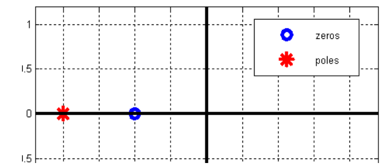
Obecný regulátor prvního řádu

$$D_C(s) = k\frac{s+z}{s+p}$$

Obecný regulátor 1. řádu

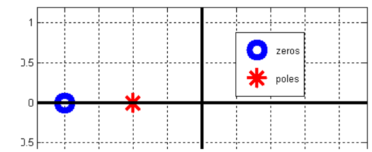
- má přenos s reálnou nulou $-z$ a reálným pólem $-p$
- může být realizován pasivními obvody
- Převažuje vliv toho, co je dominantní = více napravo

Regulátor typu Lead (s fázovým předstihem)



- převažuje vliv nuly $p > z$ neboli $-p < -z$
- aproximuje PD regulátor, blíží se mu s rostoucím p
- zrychluje odezvu, snižuje Tr a %OS, výstup vede vstup
- název podle frekvenční charakteristiky: lead (kladný fázový posuv)

Regulátor Lag (s fázovým zpožděním)



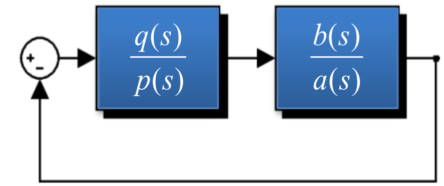
- převažuje vliv pólu $p < z$ neboli $-p > -z$
- aproximuje PI regulátor - je to realistický PI!
- vylepšuje ustálenou přesnost, výstup se opožďuje za vstupem
- název dle frekvenční charakteristiky: lag (fázové zpoždění)

Různé kombinace (už vyššího řádu):

- kaskáda lead-lag, notch

$$D_C(s) = \frac{s^2 + 2\zeta\omega_o s + \omega_o^2}{(s+\omega_o)^2}$$

Umístění pólů



- Když soustava ani regulátor nemají skryté módy, je CL charakter. polynom a jeho kořeny = CL póly

$$c(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s)$$

- Při umístění pólů: volíme c(s) a řešíme rovnice pro neznámý regulátor

Příklady pro různé soustavy a regulátory

- 1. řád + P: 1 rovnice, 1 neznámá: umístí 1 pól libovolně
- 1. řád + PI: 2 rovnice, 2 neznámé: libovolně 2 póly
- 2. řád + PI: 3 rovnice, 2 neznámé: 2 póly libovolně, třetí „vyjde“
- 2. řád + PID: 3 rov., 3 neznámé: 3 póly libovolně (neboť PID není ryzí)

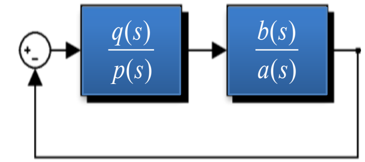
Pravidla

- PI regulátor libovolně umístí póly pro soustavu 1. řádu
- PID regulátor libovolně umístí póly pro striktně ryzí soustavu 2. řádu

Soustava vyššího řádu než 2

- složitější regulátor: soustava řádu n „potřebuje“ regulátor řádu n-1
- pro návrh zjednodušíme model soustavy
  nebo po návrhu zjednodušíme vyšlý regulátor
- umístíme jen některé z pólů - a doufáme, že pak vyjdou dominantní?

Umístění pólů: Soustava 1. řádu a P regulátor



- Soustava $\dfrac{b(s)}{a(s)} = \dfrac{K}{s+z}$ a regulátor $\dfrac{q(s)}{p(s)} = k_P$
- Požadovaná poloha CL pólů dána požadovaným CL charakteristickým polynomem $c(s) = s + v$
- Rovnice má tvar $a(s)p(s) + b(s)q(s) = c(s)$
- Řešení $(s+z)1 + K\boxed{k_P} = s + v$

$$s + \boxed{(Kk_P + z)} = s + \boxed{v}$$

$$\boxed{Kk_P + z = v}$$

$$\boxed{k_P = \frac{v - z}{K}}$$

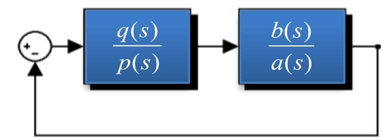
1 rovnice pro 1 neznámou

pro každou zvolenou polohu existuje řešení a to právě jedno

P regulátorem můžeme libovolně nastavit pól pro soustavu 1. řádu

Umístění pólů: Soustava 1. řádu a PI regulátor

- Soustava $\dfrac{b(s)}{a(s)} = \dfrac{K}{z+s}$ a regulátor $\dfrac{q(s)}{p(s)} = k_P + \dfrac{k_I}{s} = \dfrac{k_P s + k_I}{s}$



- Požadovaná poloha pólů dána požadovaným CL charakteristickým polynomem

$$c(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$$

- Rovnice má tvar $\quad a(s)p(s) + b(s)q(s) = c(s)$

- Řešení $\quad (z+s)s + K\left(k_P s + k_I\right) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$

$$s^2 + \boxed{\left(Kk_P + z\right)} s + \boxed{Kk_I} = s^2 + \boxed{2\zeta\omega_0} s + \boxed{\omega_0^2}$$

$$\boxed{Kk_P + z = 2\zeta\omega_0} \qquad \boxed{Kk_I = \omega_0^2}$$

$$\boxed{k_P = \left(2\zeta\omega_0 - z\right)/K} \qquad \boxed{k_I = \omega_0^2/K}$$

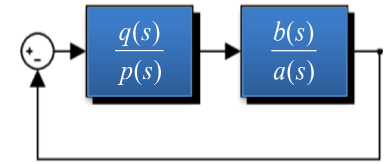
2 rovnice pro 2 neznámé

pro každou zvolenou polohu existuje řešení a to právě jedno

PI regulátorem můžeme libovolně nastavit 2 póly pro soustavu 1. řádu

Umístění pólů: Soustava 2. řádu a PI regulátor

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{K}{(z_1+s)(z_2+s)} \qquad \frac{q(s)}{p(s)} = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P s + k_I}{s}$$



- CL charakteristický polynom je stupně 3 a nemůže být vybrán libovolně
- zvolíme ho tedy ve tvaru $c(s) = (s+\alpha\omega_0)(s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2)$
  kde za parametr považujeme i ω_0
- Rovnice má tvar

2 neznámé parametry
3 rovnice
Volba nemůže být libovolná

$$a(s)p(s)+b(s)q(s)=c(s)$$

$$(z_1+s)(z_2+s)s+K(k_P s+k_I) = (s+\alpha\omega_0)(s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_0^2)$$

$$s^3+(z_1+z_2)s^2+(z_1z_2+Kk_P)s+Kk_I = s^3+(\alpha\omega_0+2\zeta\omega_0)s^2+(\alpha 2\zeta\omega_0^2+\omega_0^2)s+\alpha\omega_0^3$$

$$s^2: \quad z_1+z_2=\alpha\omega_0+2\zeta\omega_0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0=(z_1+z_2)/(\alpha+2\zeta)$$

$$s^1: \quad z_1z_2+Kk_P=\alpha 2\zeta\omega_0^2+\omega_0^2 \quad \Rightarrow \quad k_P=(\alpha 2\zeta\omega_0^2+\omega_0^2-z_1z_2)/K$$

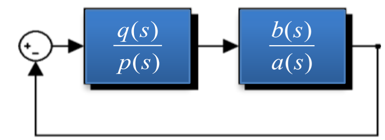
$$s^0: \quad Kk_I=\alpha\omega_0^3 \quad \Rightarrow \quad k_I=\alpha\omega_0^3/K$$

- zapamatujte si postup, ne vzorečky!

Jak je to přesně: Polynom 3. stupně má 4 koeficienty! Ale jeden z nich můžeme zvolit bez změny dynamiky

Umístění pólů: Soustava 2. řádu a PID regulátor

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \qquad \frac{q(s)}{p(s)} = k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s = \frac{k_D s^2 + k_P s + k_I}{s}$$



- CL char. polynom je stupně 3 a 3. parametr může být vybrán libovolně
- polynom zvolíme ve tvaru $c(s) = \beta(s + \alpha\omega_0)(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)$
  a rovnice má tvar

$$(s^2 + a_1 s + a_0)s + (b_1 s + b_0)(k_D s^2 + k_P s + k_I) = \beta(s + \alpha\omega_0)(s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2)$$

- porovnáním koeficientů u 3. mocniny dostaneme „vyrovnávací faktor“
  $\beta = 1 + b_1 k_D$
- porovnáním dalších dostaneme 3 rovnice pro 3 neznámé parametry

$$a_1 + b_1 k_P + b_0 k_D = (\alpha\omega_0 + 2\zeta\omega_0)(1 + b_1 k_D)$$
$$a_0 + b_1 k_I + b_0 k_P = (1 + 2\alpha\zeta)\omega_0^2 (1 + b_1 k_D)$$
$$b_0 k_I = \alpha\omega_0^3 (1 + b_1 k_D)$$

Je to takhle možné jen proto, že PID regulátor není ryzí systém

- soustavu vyřešíme a dostaneme k_D, k_P, k_I

Praktická realizace PID

- Vztah $u(s)=k_P\left[1+\frac{1}{T_I s}+T_D s\right]e(s)$ popisuje školní verzi PID regulátoru

HandbookOfPIDs.pdf

- Praktické realizace obsahují různé modifikace – desítky různých verzí
- Např.

$$u(s)=k\left[\left(by_{sp}(s)-y(s)\right)+\frac{1}{T_I s}\left(y_{sp}(s)-y(s)\right)-\frac{T_D s}{1+T_D s/N}y(s)\right]$$

Oddělujeme odezvu od reference a poruchy, vlastně umisťujeme CL nuly

derivaci filtrujeme a umisťujeme jen v ZV, aby nereagovala přímo na referenci

$$\frac{T_D s}{1+T_D s/N}$$

$\approx T_D s$

$\approx N \in [3,20]$

derivuje jen na nízkých frekvencích na vysokých je omezena

- Nebo v průmyslu častá interagující forma

$$u(s)=k'_P\left(1+\frac{1}{T'_I s}\right)\left(1+T'_D s\right)e(s)$$

- Zapojíme do série zpoždění 1. řádu
- Zařadíme nelinearitu $Ke|e|$ nebo pásmo necitlivosti a mnohé další

tzv. „high frequency roll-of“