

13 - Návrh frekvenčními metodami



Michael Šebek
Automatické řízení 2017



Ustálené CL odchyly v OL Bodeho grafu

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

$$L(j\omega) = C(j\omega)F(j\omega) = \frac{K(j\omega + z_1)(j\omega + z_2)\cdots}{(j\omega)^r(j\omega + p_1)(j\omega + p_2)\cdots} = \frac{K_B \left(\frac{j\omega}{z_1} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{z_2} + 1\right)\cdots}{(j\omega)^r \left(\frac{j\omega}{p_1} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{p_2} + 1\right)\cdots} \cong \frac{K_B}{(j\omega)^r}$$

- pro malé ω jsou závorky = 1 , asymptota pro malé frekvence $A(\omega) = \frac{K_B}{\omega^r}$
- $K_B = \frac{Kz_1z_2\cdots}{p_1p_2\cdots}$ je Bodeho zesílení , rozhoduje o velikosti CL ustálené odchyly
- Vypočte se podle r

$$r = 0: K_B = \lim_{\omega \rightarrow 0} |L(j\omega)| = K_p \rightarrow e_{ss,step} = \frac{1}{1 + K_B}$$

$$r = 1: K_B = \lim_{\omega \rightarrow 0} |\omega L(j\omega)| = K_v \rightarrow e_{ss,ramp} = \frac{1}{K_B}$$

$$r = 2: K_B = \lim_{\omega \rightarrow 0} |\omega^2 L(j\omega)| = K_a \rightarrow e_{ss,parabola} = \frac{1}{K_B}$$

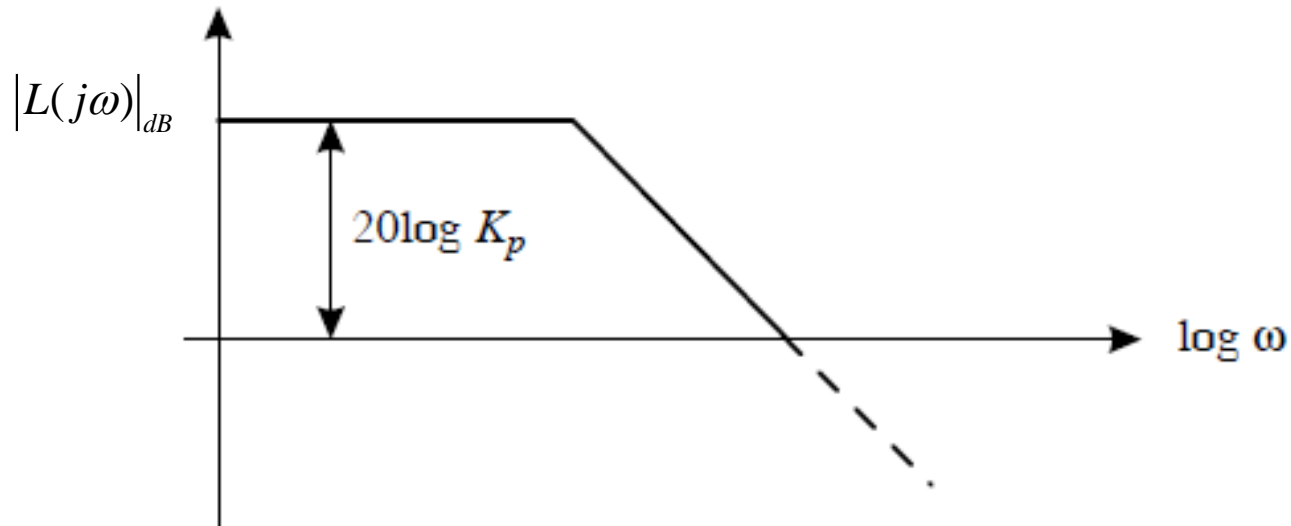


Typ 0 - konstanta polohy

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

$$r = 0$$

- asymptota je konstanta $A(\omega) = K_B = K_p$
- $K_B = K_p$ změříme takto





Typ 1 - konstanta rychlosti

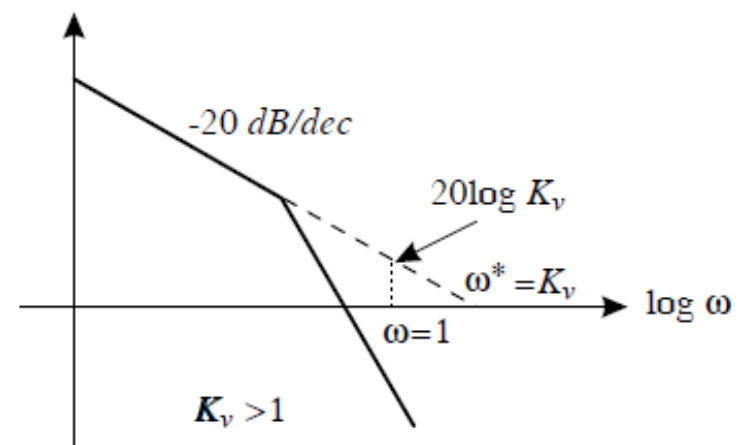
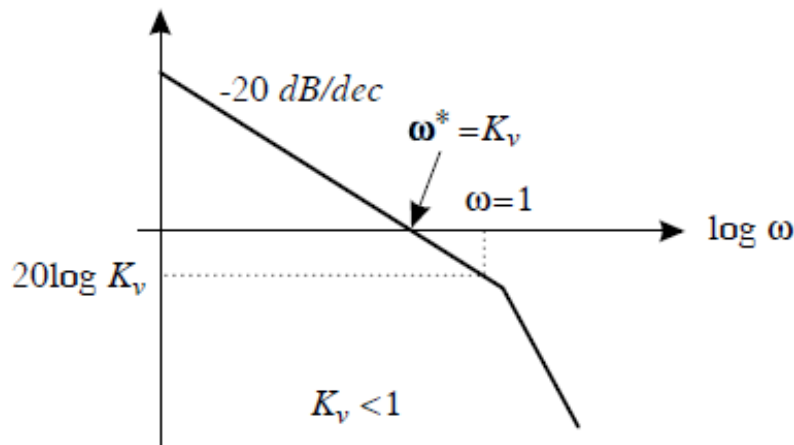
$$r = 1$$

- asymptota má směrnici -20dB/dec
- osu 0 dB protíná ve

$$A(\omega) = \frac{K_B}{\omega} = \frac{K_v}{\omega}$$

$$20\log\left|\frac{K_B}{j\omega^*}\right| = 0 \rightarrow \left|\frac{K_B}{j\omega^*}\right| = 1 \rightarrow K_B = |j\omega^*| \rightarrow \omega^* = K_B = K_v$$

- a změní se takto





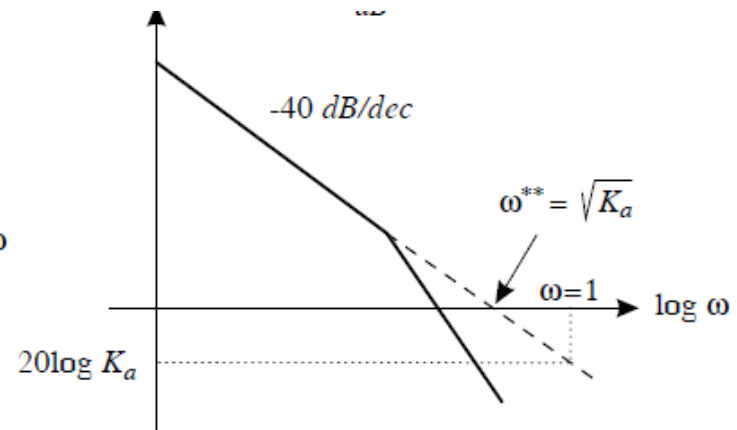
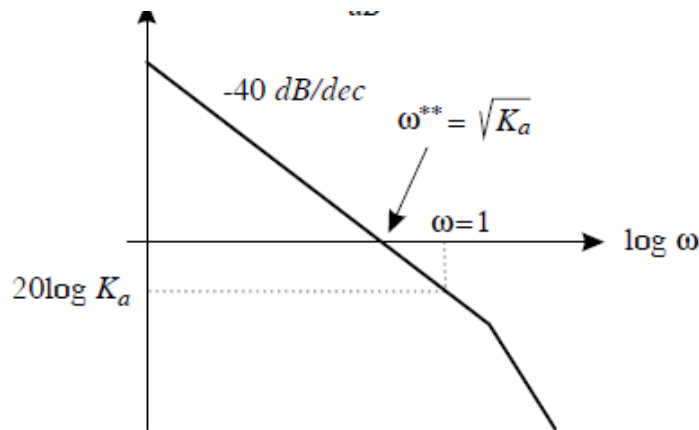
Typ 2 - konstanta zrychlení

$$r = 2$$

- asymptota má směrnici -40dB/dec a rovnicí $A(\omega) = \frac{K_B}{\omega^2}$
- osu 0 dB protíná ve

$$20\log\left|\frac{K_B}{(j\omega^{**})^2}\right| = 0 \rightarrow \left|\frac{K_B}{(j\omega^{**})^2}\right| = 1 \rightarrow K_B = |(j\omega^{**})^2| \rightarrow \omega^{**} = \sqrt{K_B} = \sqrt{K_v}$$

- a změní se takto





- Návrh probíhá v OL s konečným cílem zlepšit stabilitu a chování CL, např.
 - Zlepšit ustálenou CL odchylku (na skok nebo rampu, ...)
 - Zlepšit robustnost (bezpečnost) CL stability
 - Zmenšit CL překmit
 - Zvětšit/zmenšit dobu náběhu změnou CL šířky pásma
- Tento konečný cíl je dosažen splněním dílčích cílů formulovaných v OL, např.
 - Změnit polohu asymptoty pro malé frekvence (zvýšit limitu v nule nebo zvýšit frekvenci průsečíku s úrovní 0dB)
 - Zvětšit PM a GM
 - Zvětšit/zmenšit ω_c , ω_{BW}



Návrh pomocí Bodeho grafu

- Typicky nastavujeme: ω_C , průsečík asymptoty s 0dB, PM , GM , BW , ...
- Graficky: k Bodeho grafu soustavy $G(j\omega)$
„přičítáme“ vhodně natvarovaný Bodeho graf regulátoru $C(j\omega)$

$$L(j\omega) = G(j\omega)C(j\omega)$$

často:

$$|L(j\omega)|_{\text{dB}} = |G(j\omega)|_{\text{dB}} + |C(j\omega)|_{\text{dB}}$$

jedno využijeme,

$$\arg(L(j\omega)) = \arg(G(j\omega)) + \arg(C(j\omega))$$

druhé nám to kazí

Výhody:

- Po nácviku relativně snadné, nevychází úplně nerozumné regulátory, ...
- Metody se naopak hodí pro změřenou frekvenční charakteristiku:
Provedeme graficky návrh, aniž bychom hledali model (identifikovali soustavu)
- Dopravní zpoždění těmto metodám nevadí

Nevýhody

- vlastně nepoznáme stabilitu, musí být zaručena „zvenku“
- nelze použít ke stabilizaci nestabilních soustav - používáme hlavně/výhradně pro stabilní a často minimálně fázové soustavy, které jsou (dle Nyquistova kritéria) také CL stabilní - to je často zamlčený předpoklad



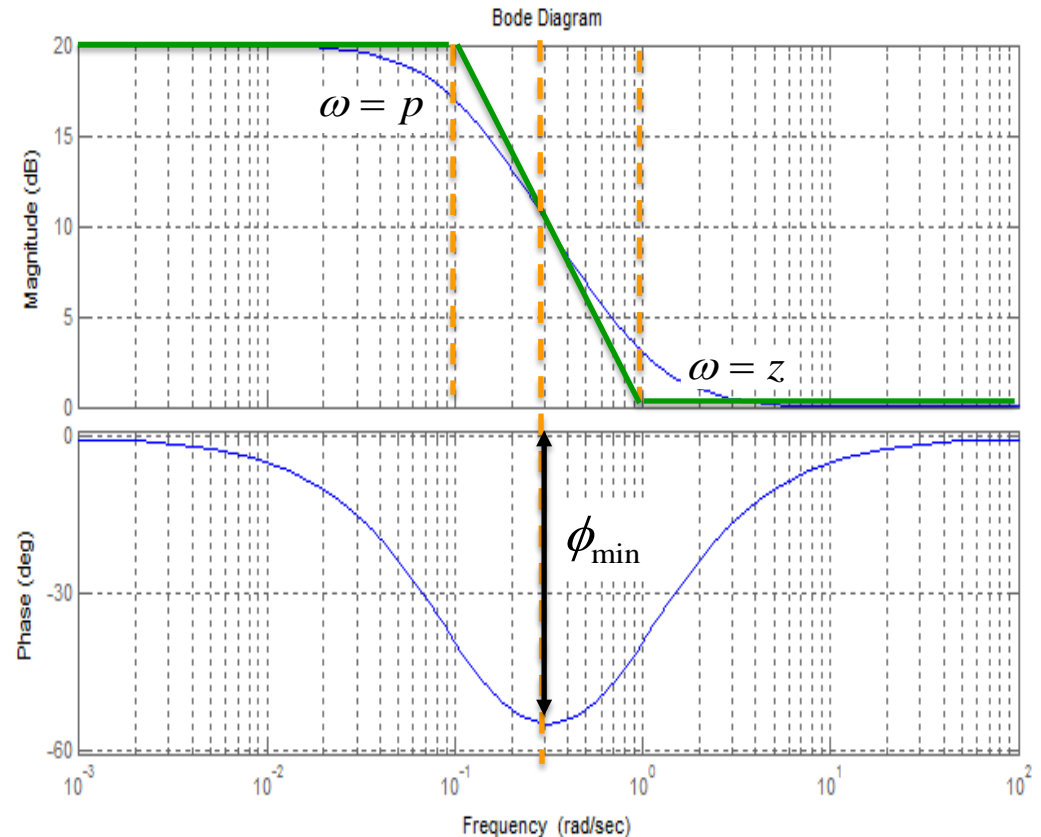
Kompenzace Lag - s fázovým zpožděním

$$C(s) = K \frac{s + z}{s + p}, p < z$$

- má Bodeho graf se dvěma zlomy na „rohových frekvencích“
- zleva nejdřív pól, pak nula
- navíc k PI má první zlom

Užívá se

- pro zlepšení ustálené odchylky zvýšením zesílení jen na nízkých frekvencích,
- které přesto nezpůsobí nestabilitu a ještě ponechá dostatečné PM

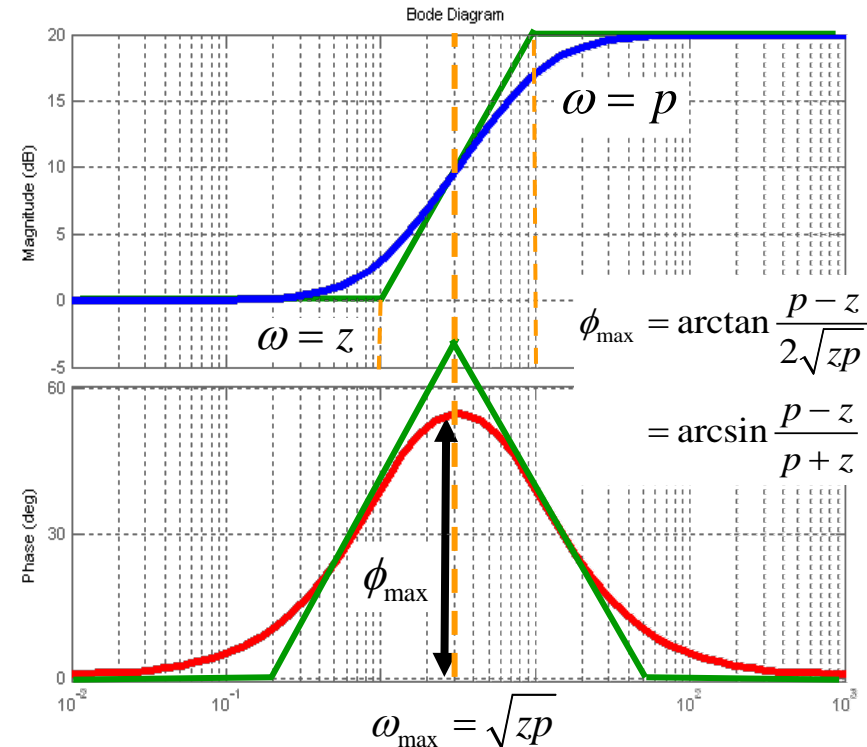




Lead kompenzace - s fázovým předstihem

$$C(s) = K \frac{s + z}{s + p}, p > z$$

- má Bodeho graf se dvěma zlomy na „rohových frekvencích“
- zleva nejdřív nula, pak pól
- navíc k PD má druhý zlom
- je to realistický PD
- V porovnání s PD zmírňuje zesílení na vysokých frekvencích (což je nedostatkem PD) tím, že přidá druhý bod zlomu dostatečně nad prvním
- a ještě přidá dost fáze, ale s menším zesílení na vyšších frekvencích

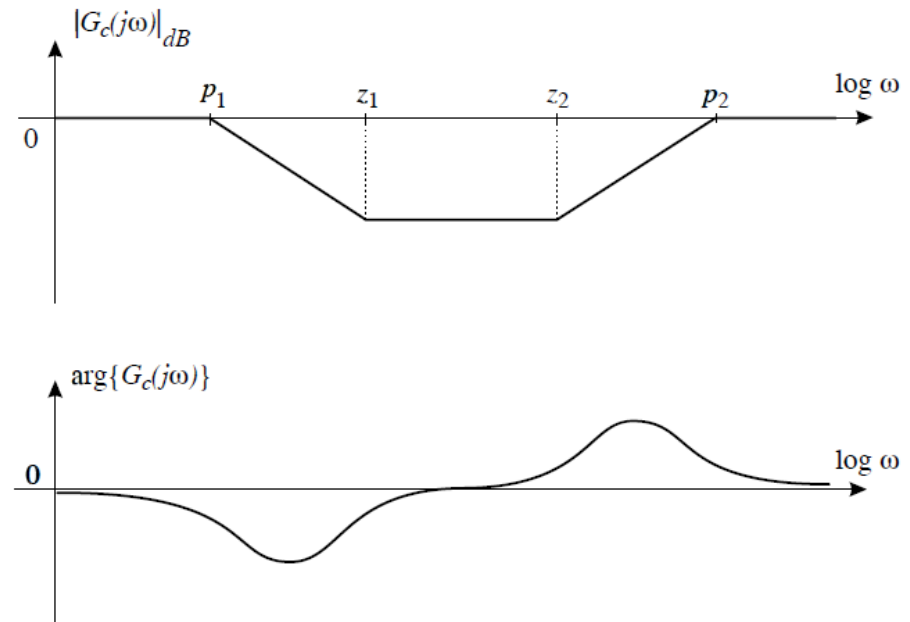




$$C_{lag-lead}(s) = \frac{s + z_1}{s + p_1} \frac{s + z_2}{s + p_2}$$

$$z_1 z_2 = p_1 p_2, \quad p_2 > z_2 > z_1 > p_1$$

Má rysy a možnosti
obou předchozích



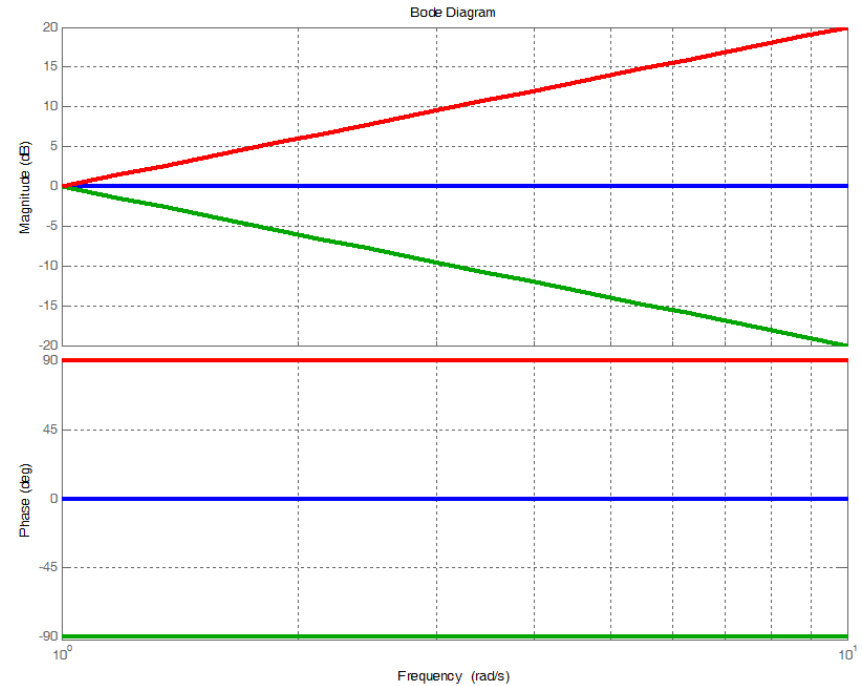
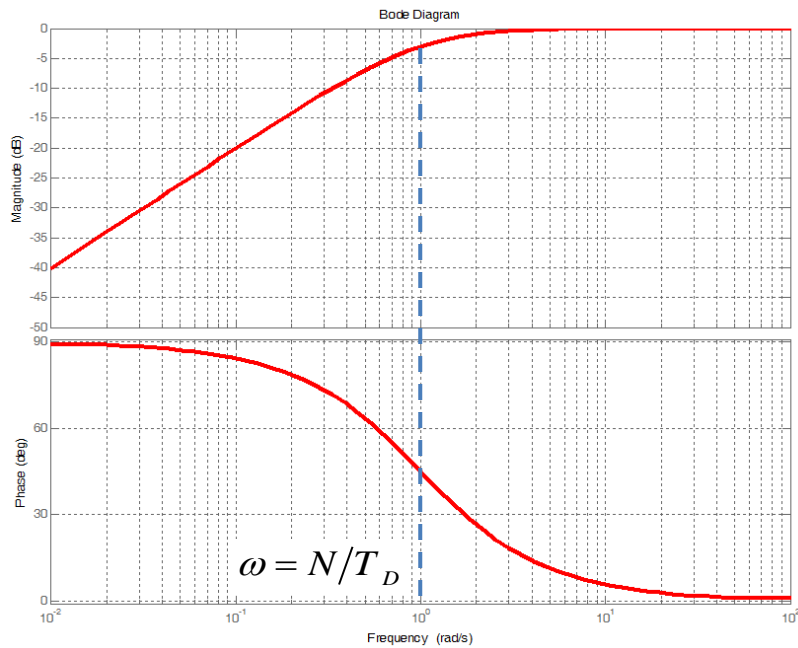


P, I a D regulátory

$$C_P(s) = k_P$$

$$C_I(s) = \frac{k_I}{s} = \frac{1}{T_I s}$$

$$C_D(s) = k_D s = T_D s$$



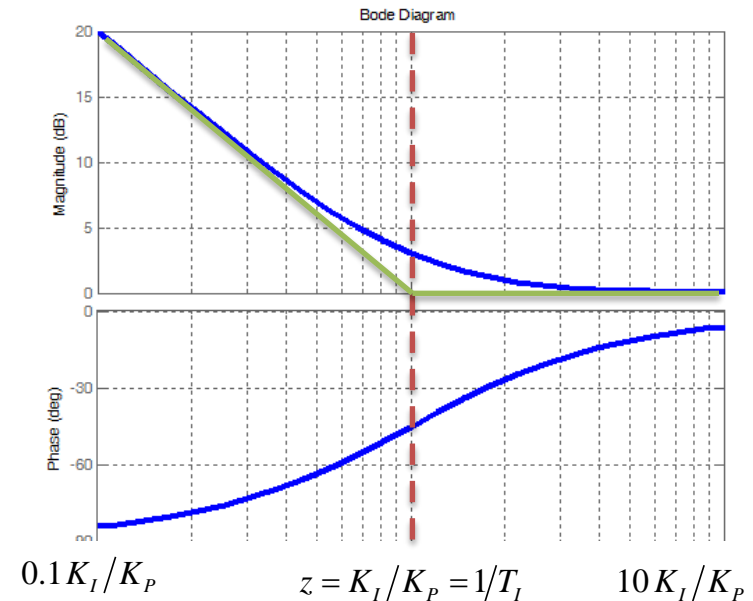
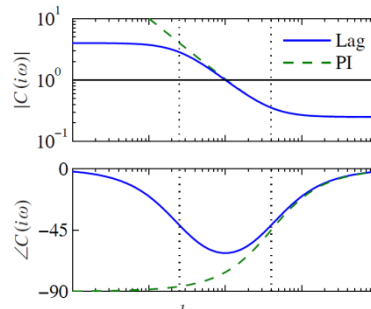
$$C_{D,industry} = \frac{T_D s}{1 + T_D s / N}$$



- zvláštní případ Lagu

$$C_{PI}(s) = k \frac{s+z}{s} = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{sT_I} \right)$$

- filtr typu dolní propust' - zeslabuje VF šum
- návrh spočívá v nastavení zeslabení K_P tak, aby nová ω_c víc vlevo zvětšila PM
- bohužel ale ubírá fázi, čímž PM kází.
- Pak se volbou K_I nastaví rohová frekvence hodně vlevo, aby se neuplatnilo fázové zpoždění regulátoru v okolí ω_c
- Bere se 1-2 dekády vlevo od ω_c , (aby se příliš nezmenšil BW a nezvětšilo T_r)
- Většinou zvětšuje T_r , GM , PM a M_r a zmenšuje ω_{BW} , a OS

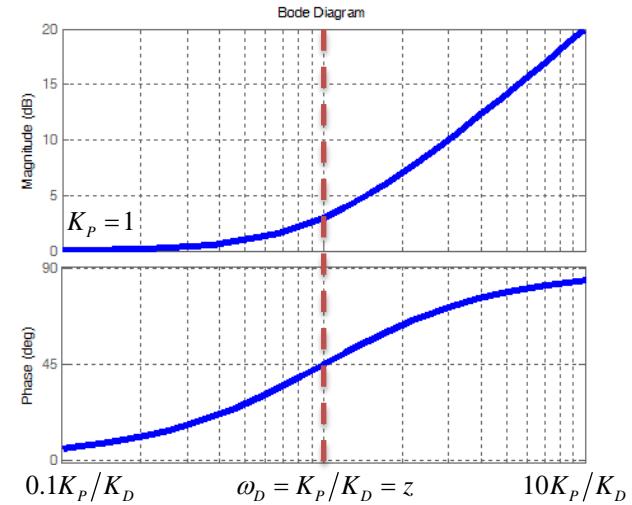




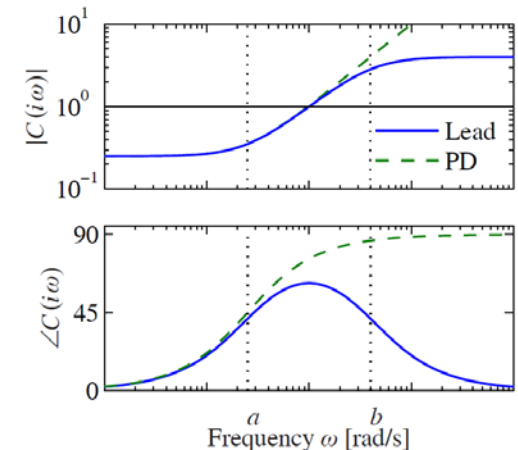
- Přenos

$$C(s) = K_P + K_D s = K_P \left(1 + \frac{K_D}{K_P} s \right)$$

- Filtr typu horní propust', zesiluje VF šum
- Na vyšších frekvencích přidává fázi proto se používá pro zvýšení PM ,
- ale bohužel tam také přidává zesílení, čímž posouvá ω_c k vyšším frekvencím, kde fáze soustavy klesá (někdy víc, než reg. přidá)
- Návrh spočívá ve vhodném umístění rohové frekvence $\omega_D = K_P/K_D$ tak, že se zlepší PM na nové $\omega_c = \omega_D$
- dále většinou zvětšuje ω_{BW} , GM a M_r a zmenšuje T_r , a OS
- praktická realizace mívá $C_{PDprak}(s) = k \frac{s}{s+p}$ trochu jiný přenos
- „Praktický“ PD je zvláštním případem Lead



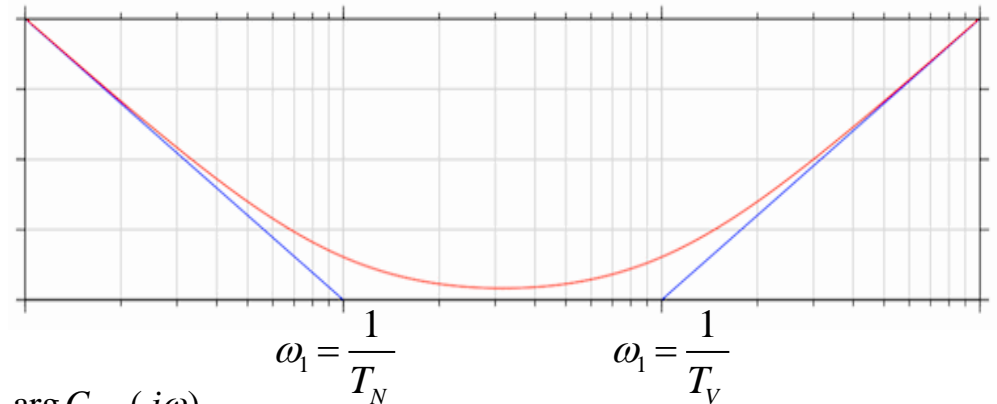
$$\varphi(\omega_D) = 45^\circ, |C(j\omega_D)| = K_D \omega_D \sqrt{2}$$



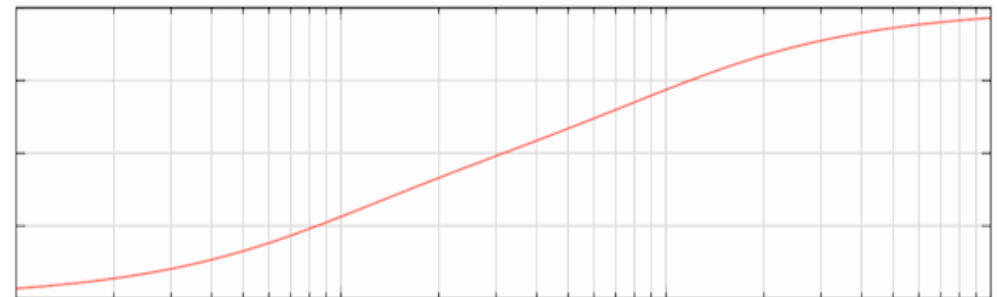


$$C_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = K_P (1 + T_N s) \left(\frac{1 + T_v s}{T_N s} \right)$$

$$|C_{PID}(j\omega)|_{dB}$$



$$\arg C_{PID}(j\omega)$$



Při návrhu

- nejprve navrhneleme PD část a pak PI
- nebo naopak



P pro požadované ustálené chování

Cíl: Nastavit zesílení tak, aby ustálená odchylka na skok reference byla menší než daná hodnota.

Obvykle vyjádřeno pomocí konstanty polohy K_p

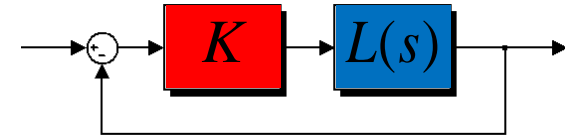
1. Vypočteme požadovanou „počáteční hodnotu“ dle zadání
2. a porovnáme ji se skutečnou
3. Z rozdílu (vzdálenosti) určíme potřebné zesílení)

Cíl: Nastavit zesílení tak, aby byla ustálená odchylka na rampu menší než daná hodnota.

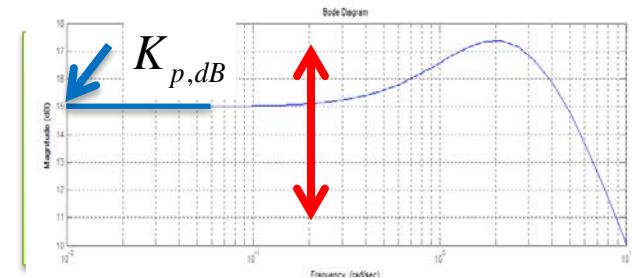
Obvykle vyjádřeno pomocí konstanty rychlosti K_v

1. Vypočteme požadovaný průsečík asymptoty pro malé frekvence s „čárou 0dB“
2. a vhodným zesílením graf posuneme

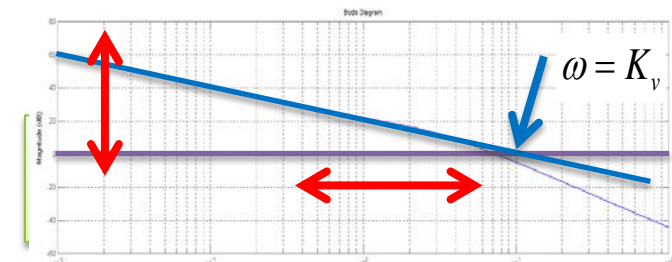
Pozor na CL stabilitu!



$$e_{\text{step,ss}} = 1/(1 + K_p)$$



$$e_{\text{ramp,ss}} = 1/K_v$$

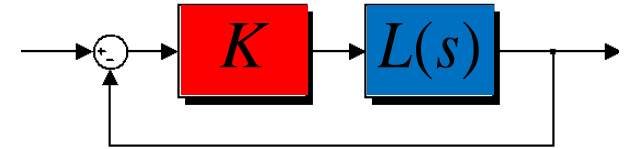




P pro požadované PM

Cíl:

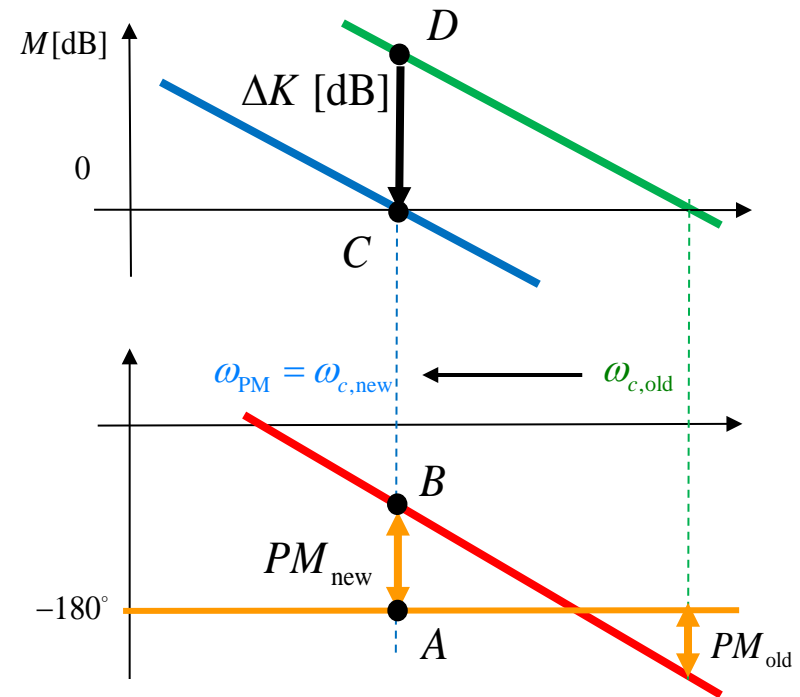
Nastavit zesílení tak, aby byl zaručen požadovaný PM (tedy i překmit, tedy i tlumení)



Postup (pro stabilní L!)

1. Použijeme zadané PM , nebo ho vypočteme z $\%OS$ či ζ
 2. Nakreslíme Bodeho graf pro nějaké vybrané zesílení K
 3. na fázovém grafu najdeme frekvenci ω_{PM} , při které se fáze rovná $-180^\circ +$ požadované PM
 4. změníme dále zesílení tak, aby se amplituda pro tuto frekvenci rovnala 1 (0 dB), tedy aby pak $\omega_c = \omega_{PM}$
- Podobně-opačně snižujeme PM pro větší BW

$$PM = \arctan \frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1+4\zeta^4}}}, \zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}}$$





Kompence Lag pro požadované PM a K_v

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

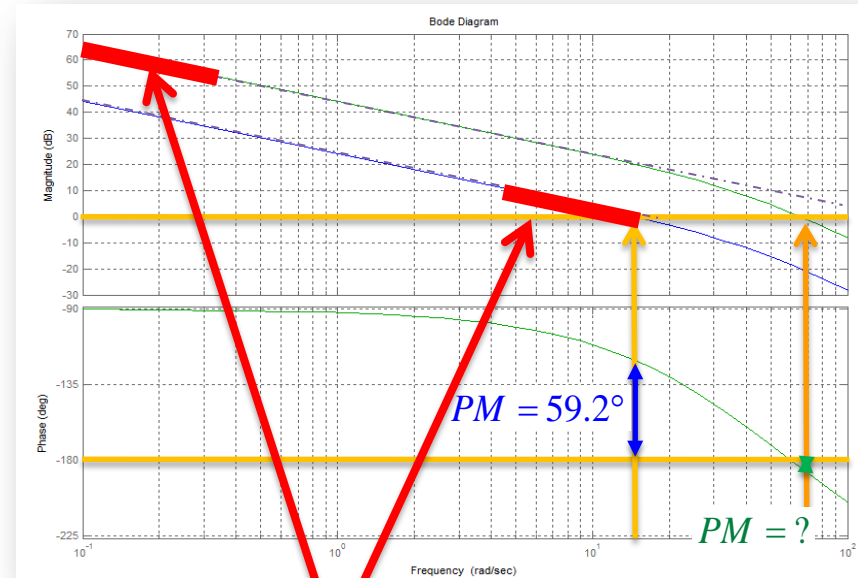
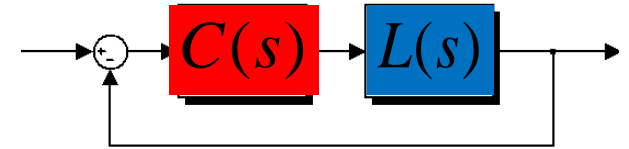
Cíl: Zajistit požadované PM a K_v (tedy ustálenou odchylku na rampu reference)

Rozbor:

- Požadované K_v zajistí zesílení dle zeleného grafu, ale to zmenší PM
- Pokud bychom naopak zesílení snížili (modrý graf), zvětšíme PM , ale zase zmenšíme K_v , a tím zvětšíme odchylku na rampu.

Závěr

- Zajistit obojí najednou pouhým zesílením zajistit nelze
- Chtěli bychom pro malé frekvence zelený graf a pro větší modrý
- Pomůže regulátor typu „lag“



Ideální řešení, ale jak to zařídit ?

