

20 - Číslicové a diskrétní řízení



Michael Šebek
Automatické řízení 2016



Proč číslicově?

- Snadno se přeprogramuje (srovnej s výměnou rezistorů/kapacitorů v analogové řídicím obvodu)
- Snadno se implementují složité algoritmy
- Integrace se vzdálenými systémy a číslicovou komunikací
- Lepší uživatelské rozhraní (terminál, webové, ...)
- Ceny klesají a rychlost stoupá

Proč analogově?

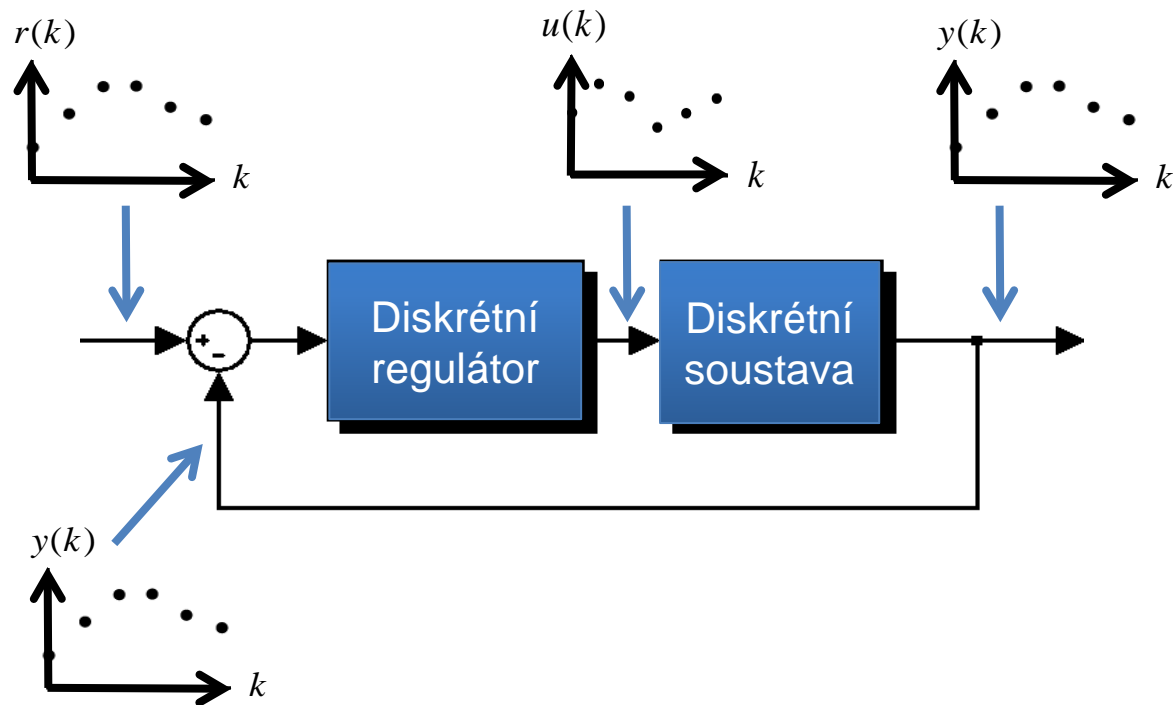
(některé aplikace jsou stále ještě analogové)

- Jednoduché, hromadně vyráběné systémy (toaster, termostat)
- Řídicí smyčky s velmi vysokou frekvencí
- Velmi spolehlivé jednoduché řídicí systémy
- Systémy integrované na čipu (např. elektrostatické gyroskopy)



Diskrétní řízení diskrétního systému

- lépe „s diskrétním časem,“ anglicky „discrete-time systems“
- všechny subsystemy jsou diskrétní
- všechny signály jsou posloupnosti

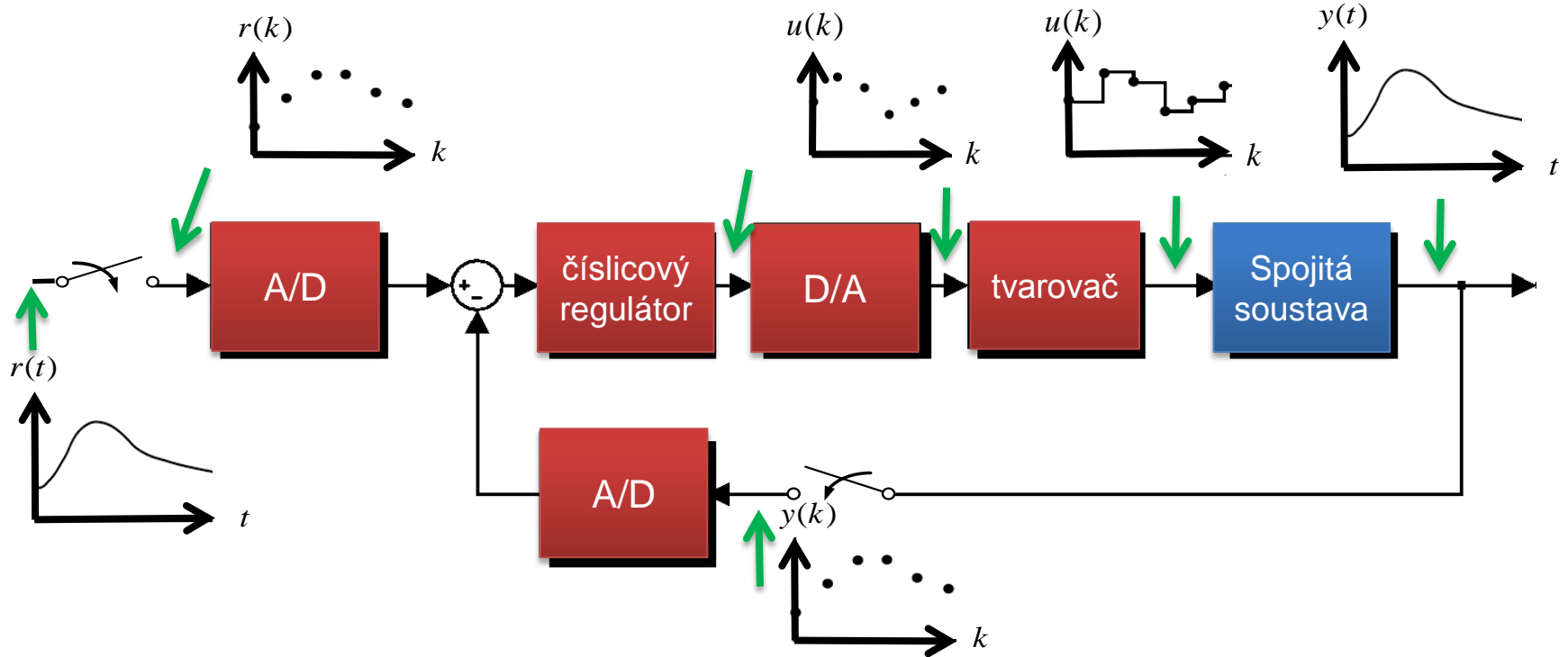




Diskrétní řízení spojitého systému

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

- soustava je spojitá, regulátor je diskrétní
- některé signály jsou spojité, některé po částech spojité, jiné jsou posloupnosti

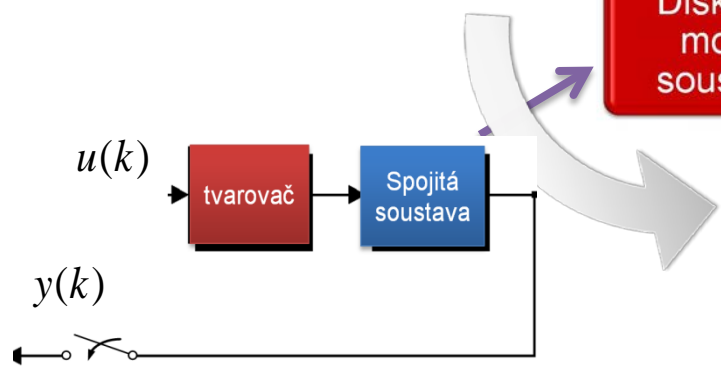
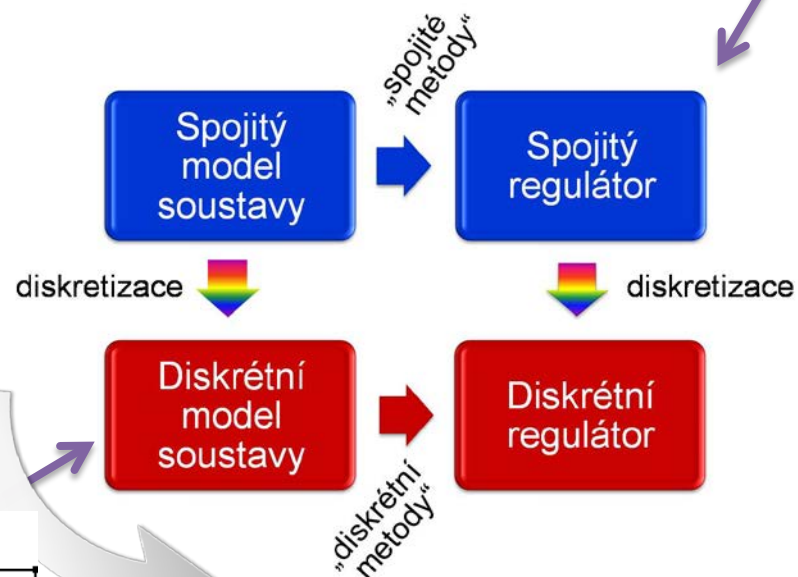
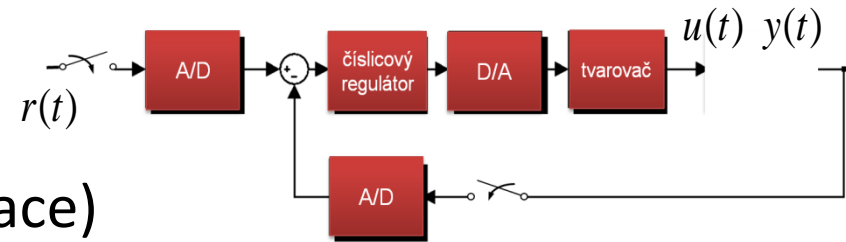




Návrh číslicového řízení spojité soustavy

Jak navrhnout číslicový regulátor pro spojitou soustavu?

- 1) Spojitý návrh a emulace (aproximace)
- 2) Diskrétní model a diskrétní návrh





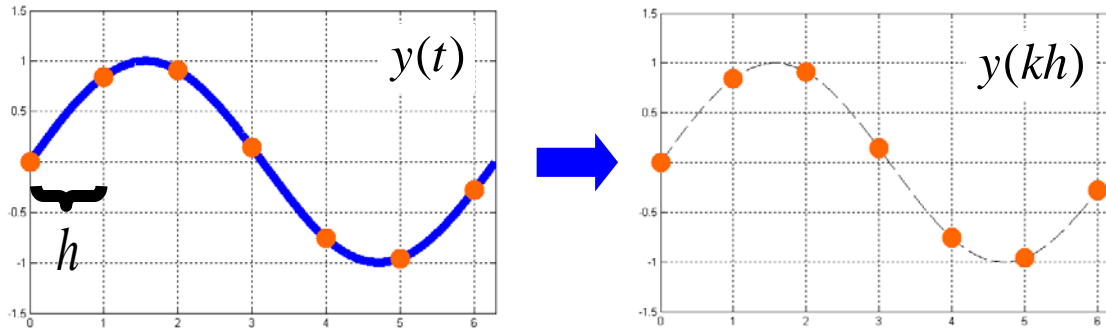
- Různé realizace – podle periody (frekvence) vzorkování
- Typicky: logika počítače obsahuje hodiny, které každých h sekund vyšlou puls (interrupt) do vzorkovače
- Někdy mají různé větve různou periodu vzorkování nebo mají fázové zpoždění.
- Někdy vzorkování není periodické: tzv. **free running** - další vzorek se vezme, až je předchozí zpracován
Příklad: dávková výroba fotografických filmů Kodak
- To vše komplikuje návrh, my budeme probírat jen ten nejjednodušší případ



Opakování TES: Vzorkování a kvantování

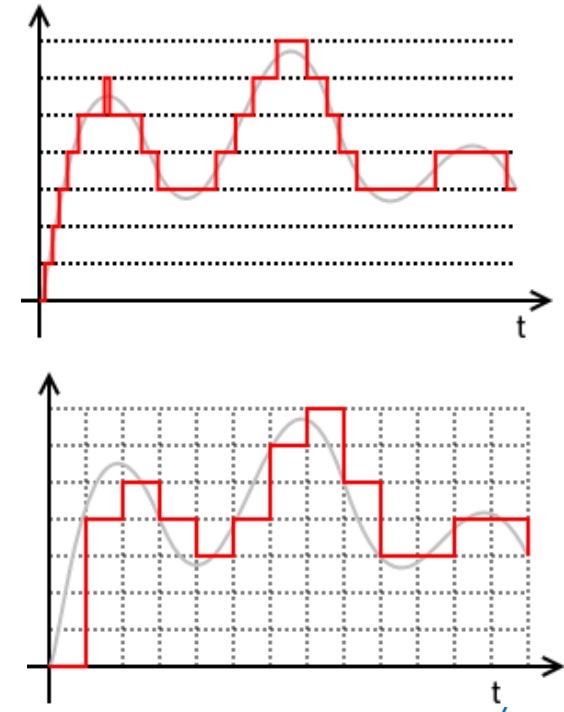
Automatické řízení - Kybernetika a robotika

- Převod spojitého signálu na diskrétní: vzorkování (sampling)



vzorkovač (sampler)
pracuje často
periodicky

- Často spojeno s kvantováním, což je totéž v oblasti hodnot signálů, podle reprezentace čísel v konkrétním počítači
- Digitalizace je vzorkování a kvantování současně
- Provádí ji A/D převodník (vzorkovač bývá jeho součástí)
- Výsledkem je „digitalizovaný signál“



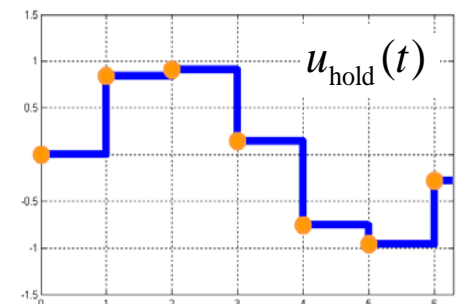
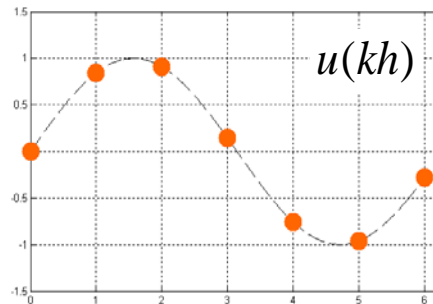


Opakování TES: Tvarování

- Převod diskretního signálu na spojitý: tvarování (holding)

- Příklad: tvarovač
nultého řádu,
zero-order hold (ZOH)

- Srovnání původního
spojitého signálu

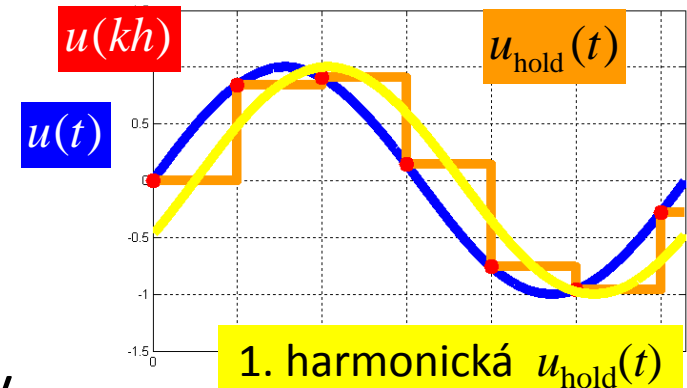


- se vzorkovaným a tvarovaným

- První harmonická tvarovaného signálu je oproti původnímu
spojitému fázově opožděná o $h/2$

- To je způsobeno
vzorkováním + tvarováním

- Někdy se „s tím počítá“ dopředu
a pro předchozí spojitým návrhu se
uvažuje i dopravní zpoždění této délky





Spojité signál $y(t) = e^{-at}, t > 0$

- má Laplaceův obraz

$$y(s) = \frac{1}{s + a}$$

s pólem v $s_p = -a$

Diskrétní signál $y(k) = e^{-akh}$

- má z-obraz

$$y(z) = \frac{z}{z - e^{-ah}}$$

s pólem v $z_p = e^{-ah} = e^{-ah} = e^{s_p h}$

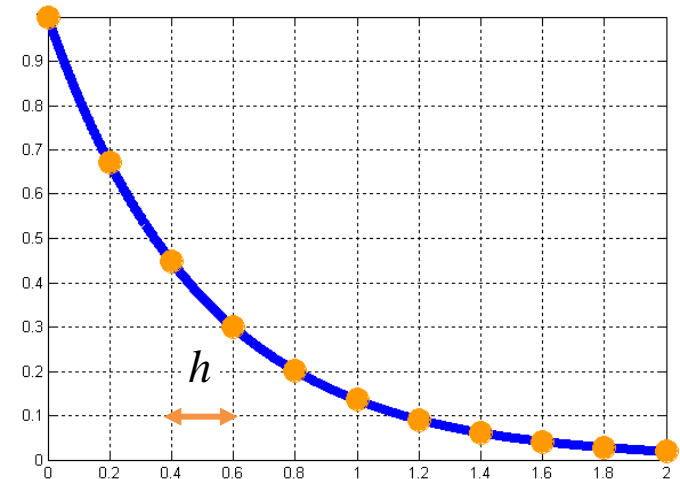
- Mezi póly obrazu spojitého a

vzorkovaného (diskrétního) signálu platí vztah $z_p = e^{s_p h}$

- Protože $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/h$,

lze to vyjádřit i jako $z_p = e^{s_p h} = e^{s_p / f_s} = e^{2\pi s_p / \omega_s}$

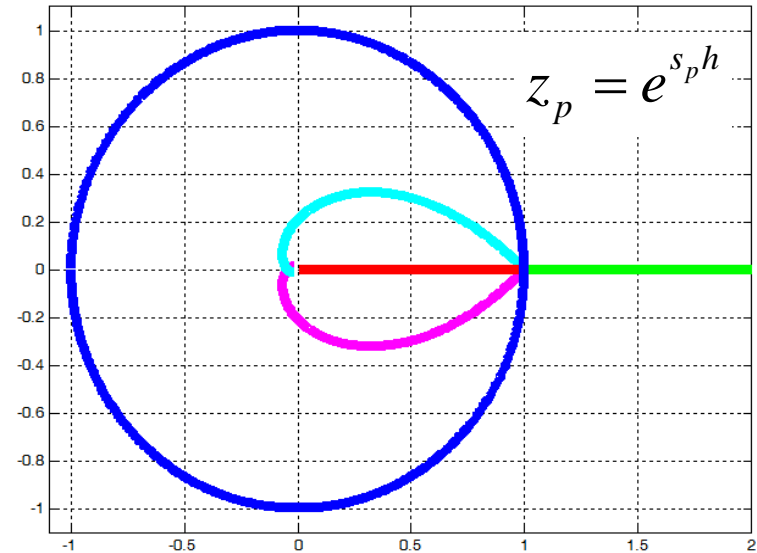
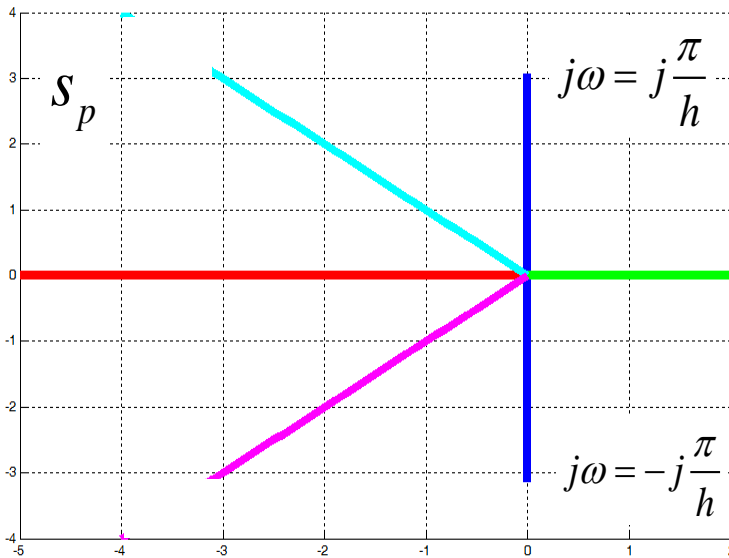
- Podobně pro komplexní póly (v příkladech)





Podle Eulera $e^{j\omega h} = \cos \omega h + j \sin \omega h$, takže $e^{(\alpha+j\omega)h} = e^{\alpha h} (\cos \omega h + j \sin \omega h)$

- Zobrazení závisí také na h

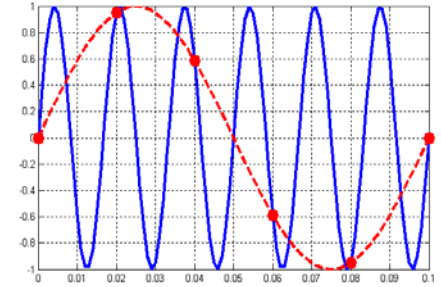


- Oblast stability přechází na oblast stability, protože vzorkování nezmění charakter signálu.
- Imaginární osa přechází „opakovaně“ na jednotkovou kružnici: úsečka $\left[-j\frac{\pi}{h}, j\frac{\pi}{h}\right]$ přejde na celou kružnici, $\left[j\frac{\pi}{h}, j\frac{3\pi}{h}\right]$ také, atd.



Opakování: vzorkovací teorém

- Při neopatrném vzorkování může dojít k stroboskopickému efektu, anglicky aliasing: Vidíme signál o jiné frekvenci, než má původní



Vzorkovací teorém: Shannon, Nyquist, Kotělnikov,...

- K efektu nedojde, když je frekvence vzorkování větší než dvojnásobek maximální frekvence obsažené v signálu $\omega_s > 2\omega_{\max}$
- Při zavedení tzv. **Nyquistovy frekvence** $\omega_N = \omega_s / 2 > \omega_{\max}$
- Pak lze spojitý signál ze vzorkovaného plně rekonstruovat

Příklad: Zdravé ucho slyší maximálně 20kHz, proto je záznam na CD vzorkován s frekvencí s 44,1 kHz (= 2x + rezerva)

- Ale my chceme řídit, nikoli rekonstruovat nějaký signál. Co to pro nás znamená? Jak to použít?



Jak vzorkovat pro řízení (chce-li se podobat spojitému)

- Do řídicího systému mohou přicházet různé signály. Jak tedy poznat frekvenci signálu, který vzorkujeme (aby šlo použít vzorkovací teorém)?
- Ať už je vstupu (referenci, poruše,...) signál o libovolné frekvenci, na výstup systému efektivně projde maximálně frekvence daná šířkou pásma ω_{BW}
- Většinou bereme šířku pásma uzavřené smyčky! ?
- Z Věty o vzorkování tedy plyne podmínka $\omega_S > 2\omega_{BW}$
- To je ale jen holé minimum, většinou bereme frekvenci mnohem vyšší (kvůli přesnosti, malému zpoždění apod.)
- Na druhou stranu rychlejší vzorkování stojí více peněz



Pravidlo:

- Za současných cen HW a požadavků na řízení se bere cca.

$$\omega_S > (20 \leftrightarrow 40) \times \omega_{BW}$$

Jinak formulované pravidlo – pomocí doby náběhu T_r

- 5-10 vzorků za dobu náběhu

Jiné pravidlo:

$$h\omega_C \in [0.15, 0.5]$$

Další praktické rady:

- Vzorkuj tak rychle, jak ti vedoucí projektu (tvůj šéf) dovolí
- Vyber „rozumnou“ frekvenci vzorkování
a na simulacích vyzkoušej, co udělá ji snížit a zvýšit



- LSB = least significant bit
- chyba kvantování v rozmezí $\pm\frac{1}{2}$ LSB

Příklad:

- 12 bitový A/D na škále ± 10 V
- Chyba

$$\pm 0.5 \text{ LSB} = \pm 0.00244 \text{ V}$$

