

20 - Číslicové a diskrétní řízení



Michael Šebek
Automatické řízení 2018



Proč číslicově?

- Snadno se přeprogramuje (srovnej s výměnou rezistorů/kapacitorů v analogové řídicím obvodu)
- Snadno se implementují složité algoritmy
- Integrace se vzdálenými systémy a číslicovou komunikací
- Lepší uživatelské rozhraní (terminál, webové, ...)
- Ceny klesají a rychlost stoupá

Proč analogově?

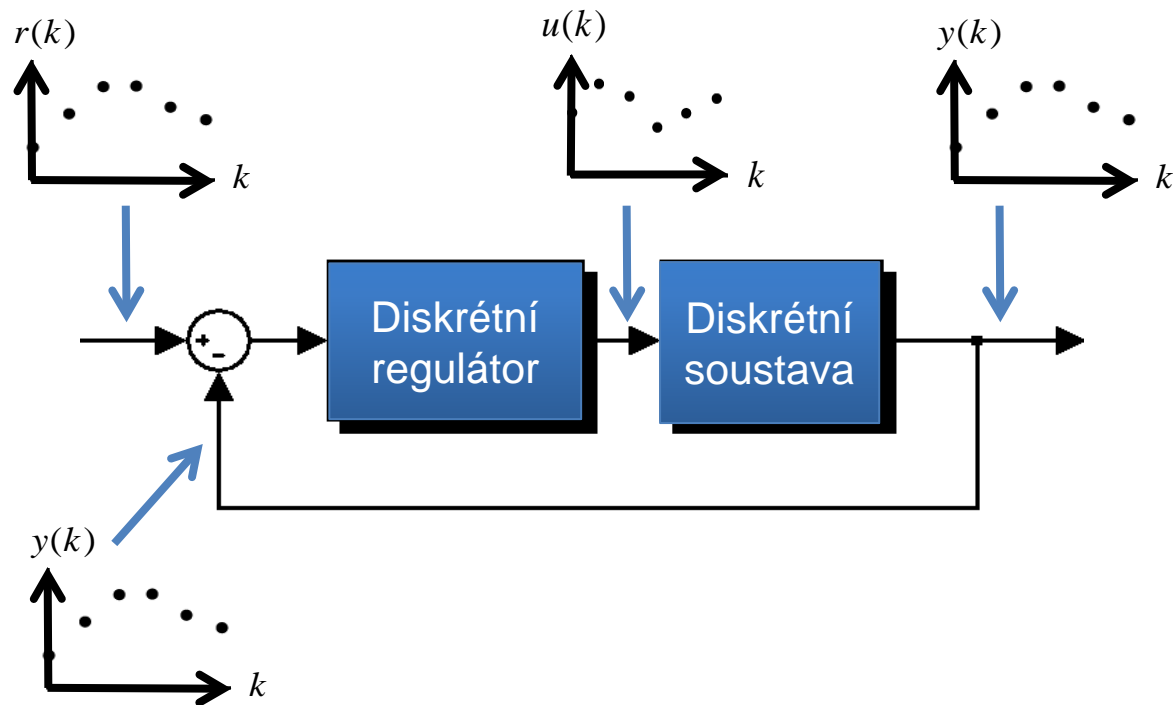
(některé aplikace jsou stále ještě analogové)

- Jednoduché, hromadně vyráběné systémy (toaster, termostat)
- Řídicí smyčky s velmi vysokou frekvencí
- Velmi spolehlivé jednoduché řídicí systémy
- Systémy integrované na čipu (např. elektrostatické gyroskopy)



Diskrétní řízení diskrétního systému

- lépe „s diskrétním časem,“ anglicky „discrete-time systems“
- všechny subsystemy jsou diskrétní
- všechny signály jsou posloupnosti

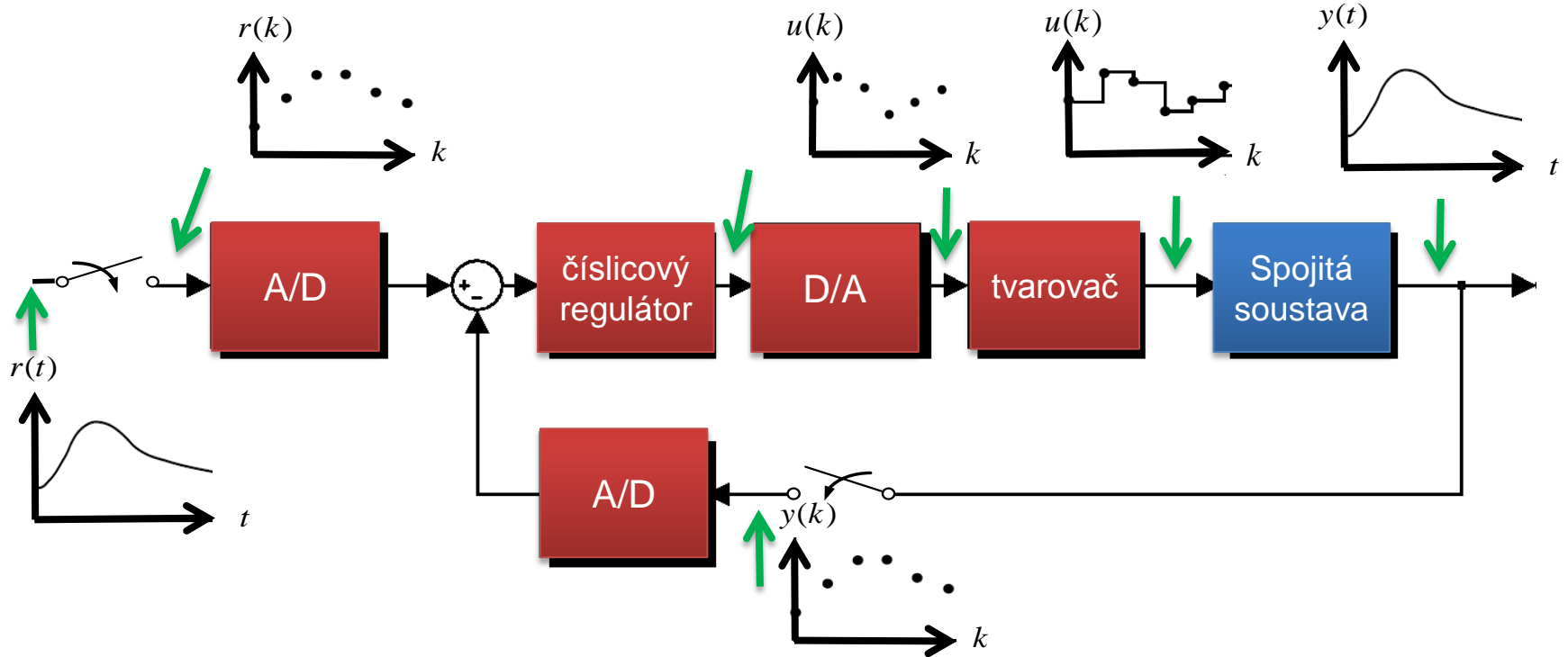




Diskrétní řízení spojitého systému

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

- soustava je spojitá, regulátor je diskrétní
- některé signály jsou spojité, některé po částech spojité, jiné jsou posloupnosti

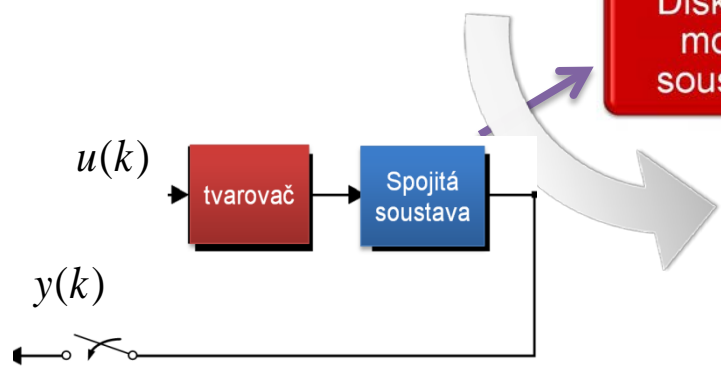
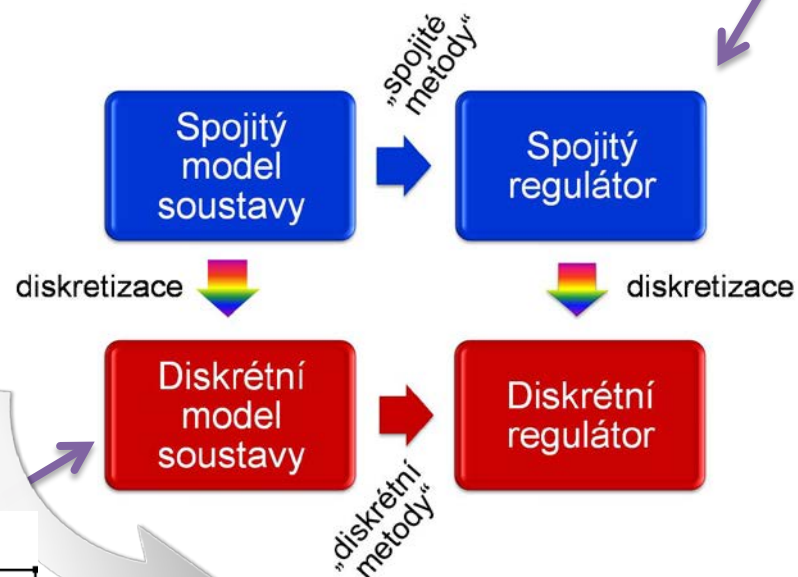
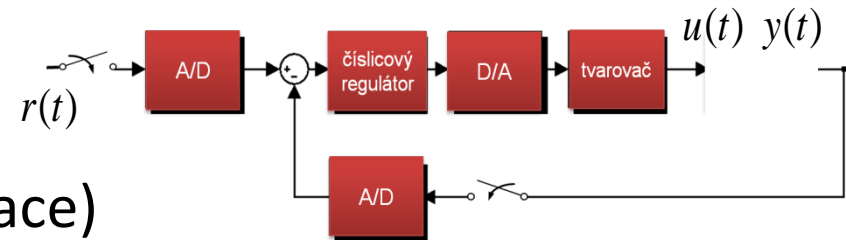




Návrh číslicového řízení spojité soustavy

Jak navrhnout číslicový regulátor pro spojitou soustavu?

- 1) Spojitý návrh a emulace (aproximace)
- 2) Diskrétní model a diskrétní návrh





- Převod spojitého signálu na diskrétní: vzorkování (sampling)

Typicky: počítač obsahuje hodiny, které **periodicky** vysílají puls (interrupt) do vzorkovače

Někdy: různé větve různou periodu nebo fázové zpoždění

Někdy: neperiodické, další vzorek se vezme, až když je předchozí zpracován

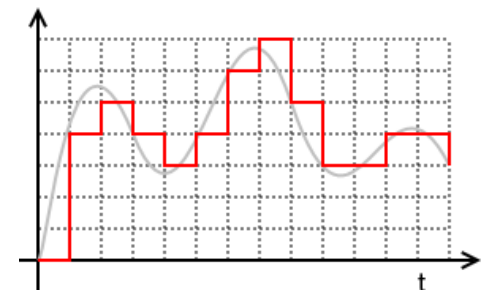
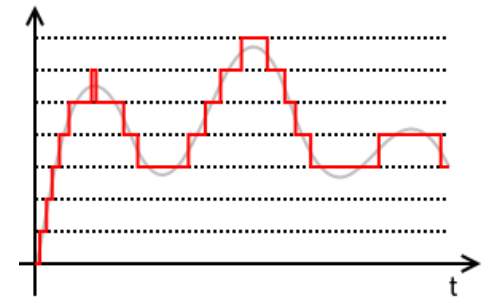
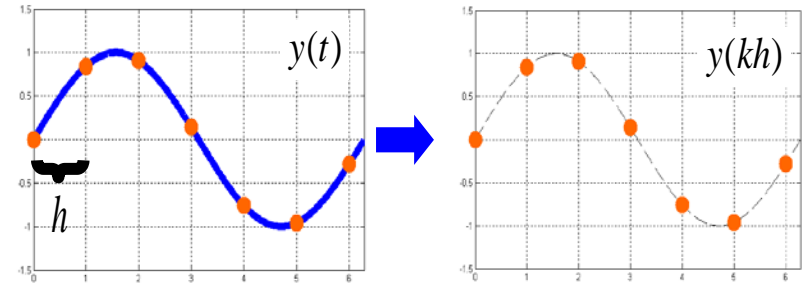
- Často spojeno s **kvantováním** (totéž v oblasti hodnot signálů, dle reprezentace čísel)

- **Digitalizace** = vzorkování + kvantování

Provádí ji A/D převodník

(vzorkovač bývá jeho součástí)

Výsledkem je „digitalizovaný signál“

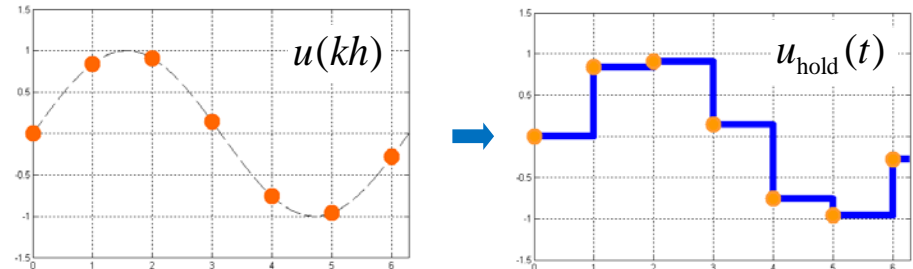




Převod diskrétního signálu
na spojitý: tvarování (holding)

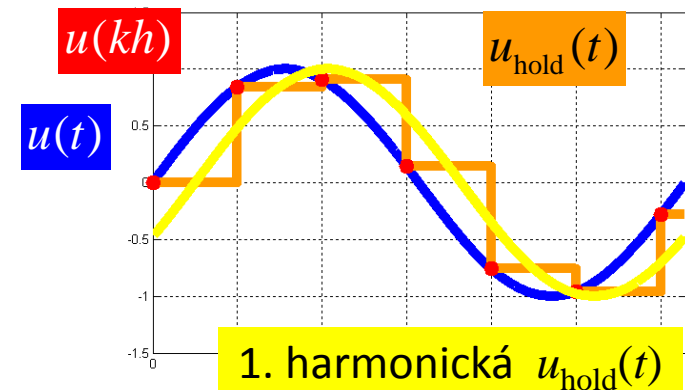
Např.

tvarovač nultého řádu (Zero-Order Hold, ZOH)



Srovnej původní spojitý signál se vzorkovaným a tvarovaným

- První harmonická tvarovaného signálu je oproti původnímu spojitému fázově opožděná o $h/2$
- Někdy se s tím počítá dopředu a při předchozím spojitém návrhu se už přidá dopravní zpoždění této délky





Spojité signál $y(t) = e^{-at}, t > 0$

- má Laplaceův obraz

$$y(s) = \frac{1}{s + a}$$

s pólem v $s_p = -a$

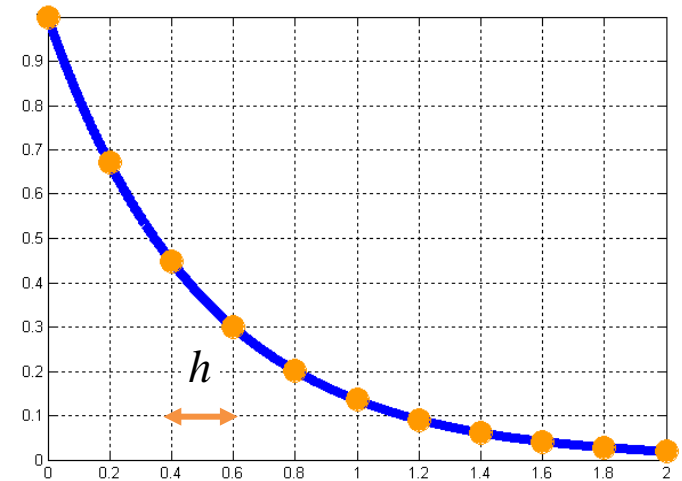
Diskrétní signál $y(k) = e^{-akh}$

- má z-obraz

$$y(z) = \frac{z}{z - e^{-ah}}$$

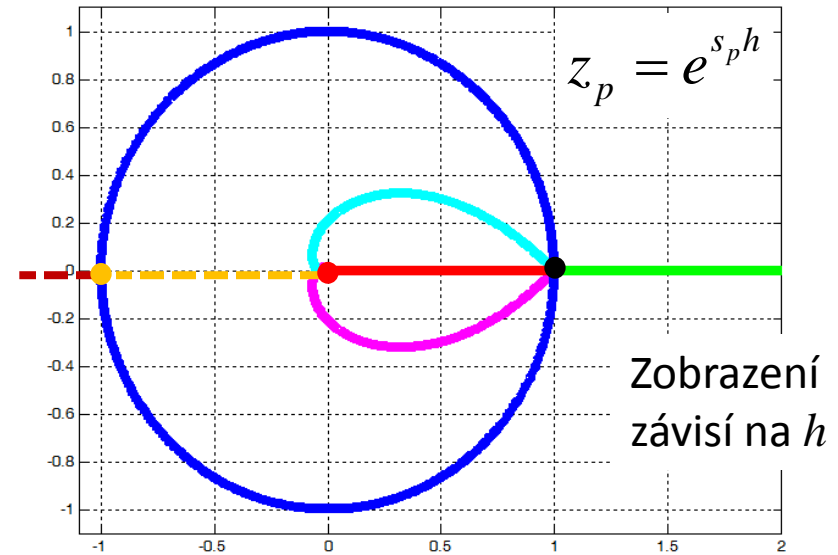
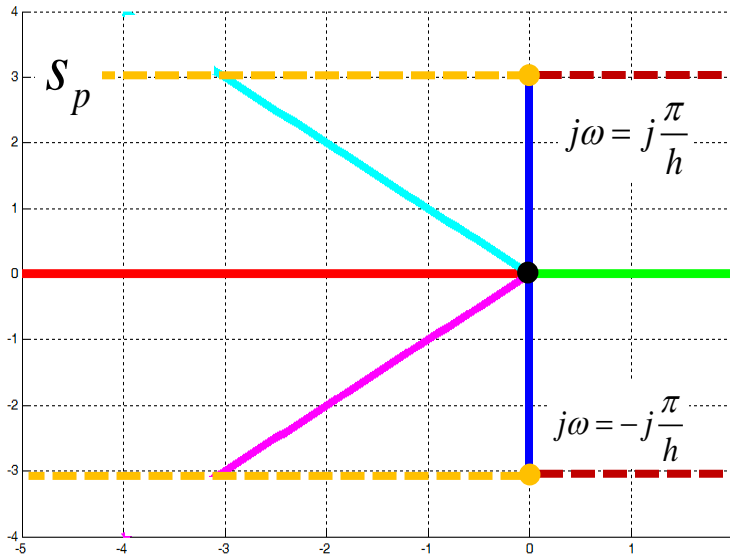
s pólem v $z_p = e^{-ah} = e^{-ah} = e^{s_p h}$

- Mezi póly obrazu spojitého a vzorkovaného (diskrétního) signálu platí vztah $z_p = e^{s_p h}$
- Protože $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/h$, lze to vyjádřit i jako $z_p = e^{s_p h} = e^{s_p / f_s} = e^{2\pi s_p / \omega_s}$
- Podobně pro komplexní póly (v příkladech)





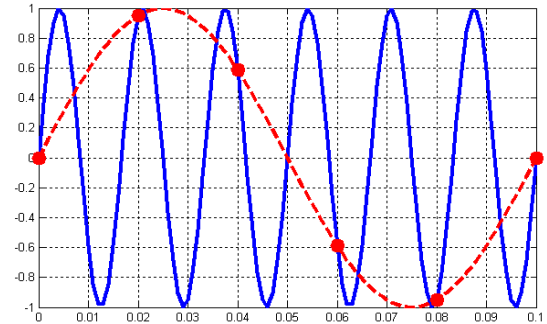
Euler: $e^{j\omega h} = \cos \omega h + j \sin \omega h$, takže $e^{(\alpha+j\omega)h} = e^{\alpha h} (\cos \omega h + j \sin \omega h)$



- Oblast stability přechází na oblast stability, protože vzorkování nezmění charakter signálu.
- Imaginární osa přechází „opakovaně“ na jednotkovou kružnici: úsečka $\left[-j\frac{\pi}{h}, j\frac{\pi}{h}\right]$ přejde na celou kružnici, $\left[j\frac{\pi}{h}, j\frac{3\pi}{h}\right]$ také, atd.
- Na zápornou Re přejdou (obě) hranice pásu



Při neopatrném vzorkování může dojít k **stroboskopickému efektu**, anglicky aliasing: vidíme signál o jiné frekvenci, než má původní. Obecně nelze spojitý signál ze vzorkovaného rekonstruovat



Vzorkovací teorém - Shannon, Nyquist, Kotělnikov

K efektu nedojde, když je frekvence vzorkování větší než 2x max. frekvence obsažená v signálu:

$$\omega_s > 2\omega_{\max}$$

Pomocí **Nyquistovy frekvence** $\omega_N = \omega_s / 2 > \omega_{\max}$

Příklad: Zdravé ucho slyší maximálně 20kHz, proto je záznam na CD vzorkován s frekvencí s 44,1 kHz (= 2x + rezerva)

Ale my chceme řídit, nikoli rekonstruovat nějaký konkrétní signál?



Jak vzorkovat pro řízení - chce-li se podobat spojitému

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

Ať už je vstupu (referenci, poruše,...) signál o libovolné frekvenci, na výstup systému efektivně projde maximálně frekvence daná šířkou pásma ω_{BW} - většinou bereme šířku pásma uzavřené smyčky! ?

Teoreticky: Ze Vzorkovacího teorému plyne $\omega_S > 2\omega_{BW}$ neboli $\omega_N > \omega_{BW}$

Prakticky: To je minimum, bereme frekvenci mnohem vyšší (přesnost)

X rychlejší vzorkování je dražší -> kompromis

„Pravidla“ (mění se s cenou HW a požadavky):

$$h\omega_c \in [0.15, 0.5]$$

$$\omega_S > (20 \leftrightarrow 40) \times \omega_{BW}$$

Rady:

- Vzorkuj tak rychle, jak ti tvůj šéf dovolí !
Vyber rozumnou frekvenci a na simulacích vyzkoušej,
co udělá ji snížit a zvýšit !/

„5-10 vzorků za dobu náběhu“