# Příklady k přednášce
# 6 - Spojování a struktury

Michael Šebek

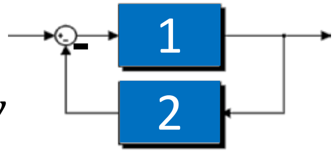
Automatické řízení 2017

8-3-17

# Zpětnovazební spojení stavových modelů



## Odvození obecného případu (značení viz přednáška)




$$u_1 = u - y_2,\, y_1 = u_2 = y$$

$$y = y_1 = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_1 u_1 = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_1\left(u - y_2\right)$$
$$= \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_1 u - \mathbf{D}_1\left(\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_2 y\right)$$

$$\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right) y = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_1\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_1 u$$

$$y = \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 + \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2$$
$$+ \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1 u$$

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1 u_1 = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1\left(u - y_2\right)$$
$$= \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1 u - \mathbf{B}_1\left(\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{D}_2 y\right)$$
$$= \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_1 u - \mathbf{B}_1\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2 y$$
$$= \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2$$
$$-\mathbf{B}_1\mathbf{D}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_1 u - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1 u$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2 u_2 = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2 y =$$
$$\mathbf{A}_2\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{B}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2$$
$$+\mathbf{B}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1 u$$

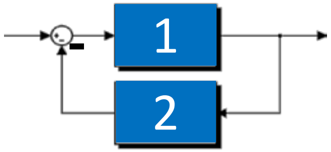
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{C}_1 & -\mathbf{B}_1\mathbf{C}_2 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{C}_2 \\ \mathbf{B}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 + \mathbf{B}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{C}_1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$
$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{D}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1 \\ \mathbf{B}_2\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \left[\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{C}_1 \quad \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1\mathbf{C}_2\right]\mathbf{x} + \left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)^{-1}\mathbf{D}_1 u$$

$$\det\left(\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right) \neq 0$$

$$\mathbf{I} + \mathbf{D}_1\mathbf{D}_2 =$$
$$= \lim_{s\to\infty}\left(1 + f_1(s) f_2(s)\right)$$

# Ryzost systému




$$\left(1+F_1(s)F_2(s)\right)=0$$ složený systém nemá přenos!

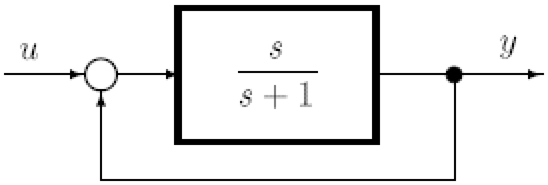
$$\det\left(\mathbf{I}+\mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)\neq 0$$ složený systém nemá stavový popis!

Protože $\mathbf{I}+\mathbf{D}_1\mathbf{D}_2=\lim\limits_{s\to\infty}\left(1+F_1(s)F_2(s)\right)$ :

$$\det\left(\mathbf{I}+\mathbf{D}_1\mathbf{D}_2\right)\neq 0 \quad \underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow} \quad 1+F_1(s)F_2(s)\neq 0$$

# Příklad - Ryzost systému

$$F(s)=\frac{\dfrac{s}{s+1}}{1-\dfrac{s}{s+1}}=s$$



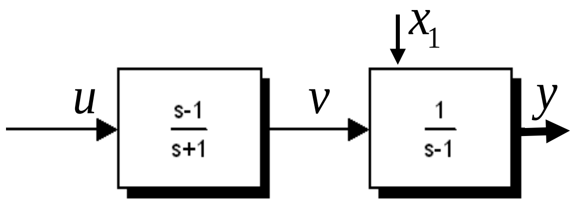

- Výsledný systém není ryzí, nemá stavový popis
- Přesto, že dílčí subsystémy ryzí jsou a stavové popisy mají
- Spojením ryzích systémů vznikl systém neryzí

# Vyjasnění divných příkladů

Příklad se vstupní nulou:

- Celkový charakteristický polynom je

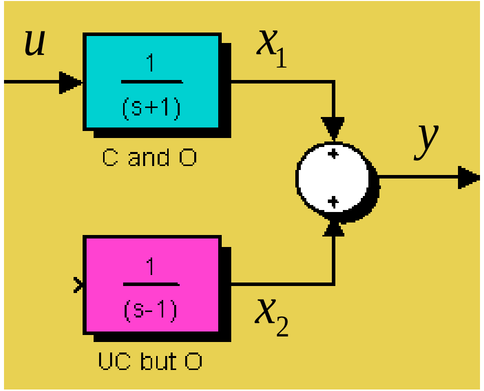
$$c(s)=\left(s+1\right)(s-1)$$




Příklad „větve bez vstupu

- Celkový charakteristický polynom je

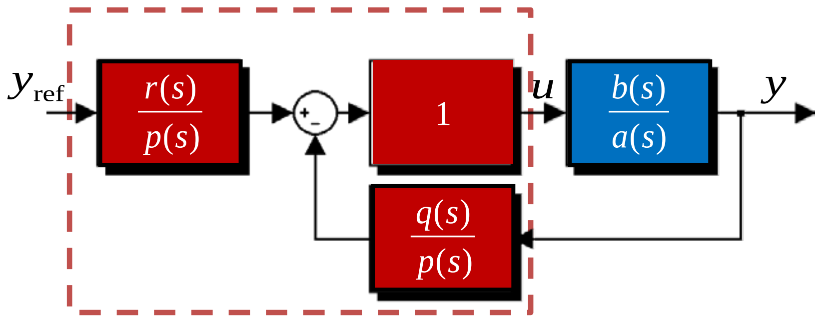
$$c(s)=\left(s+1\right)(s-1)$$

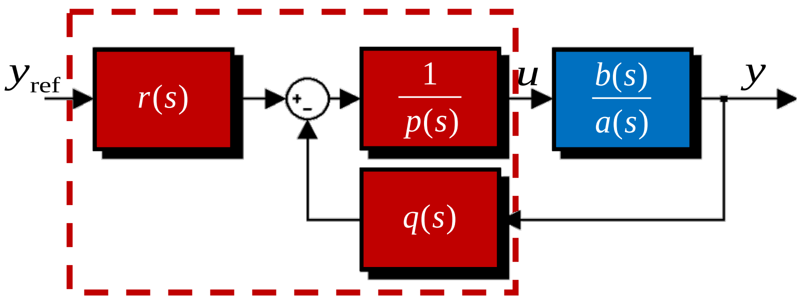


# Rozdíl



- Jaký je rozdíl mezi těmito dvěma systémy?




- Přenos z reference na výstup je zdá se stejný, ale zkusme charakteristický polynom:
- Za předpokladu, že subsystémy nemají skryté módy, tj. $a(s), p(s)$ jsou charakteristické polynomy ve svých blocích
- má systém nalevo charakteristický polynom $$c(s) = \big(a(s)p(s) + b(s)q(s)\big)\, p(s)$$
- a systém vpravo $$c(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s)$$
- V čem je rozdíl?