Příklady k přednášce
9 - Zpětná vazba

Michael Šebek

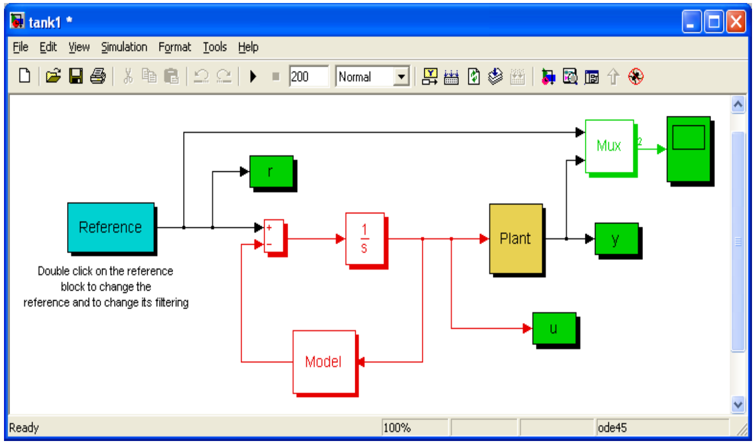
Automatické řízení 2016

Příklad: Přibližná inverze

- tank průřezu 1 s výškou hladiny y(t), přítokem u(t) a odtokem $2\sqrt{y(t)}$

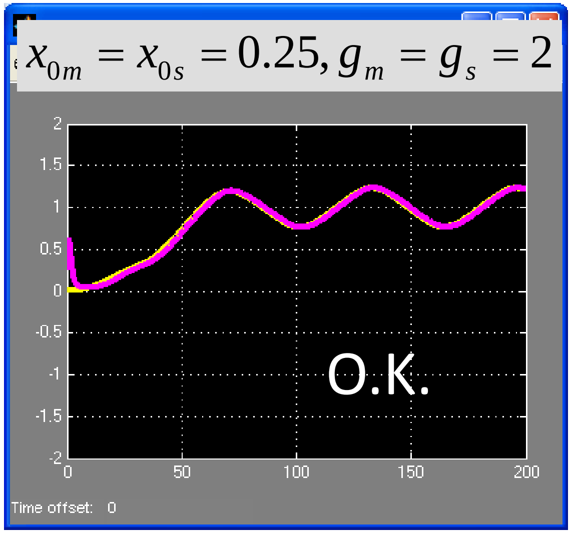
$$\frac{dy(t)}{dt}+2\sqrt{y(t)}=u(t)$$

- Cíl řízení: sledovat pomalu se měnící referenční signál
- Struktura: FF řízení s přibližnou inverzí s modelem v FB a velkým zesílením na malých frekvencích
- Zesílení realizujeme integrátorem (má ∞ zesílení pro ω=0)
- Můžeme testovat v Simulinku – model tank1.mdl
- Funguje dobře, ale jen když
  - model je přesný
  - model a soustava mají skoro stejný počáteční stav
  - reference má jen nízké frekvence

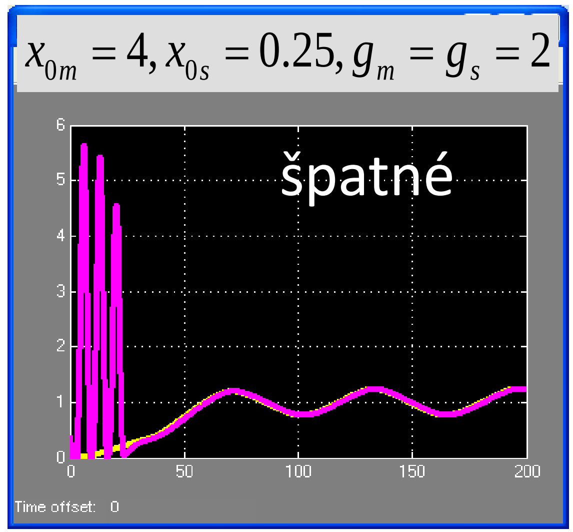


Příklad: Přibližná inverze

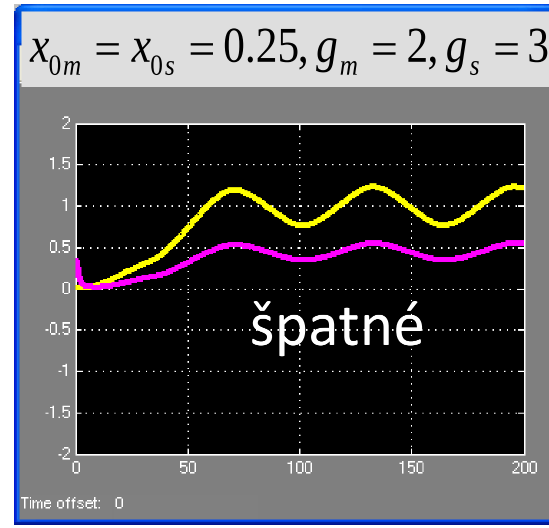
reference pomalá
pp. a zesílení stejné



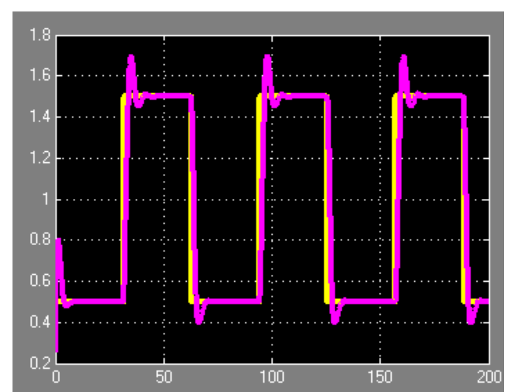
ref. pomalá, pp. různé
zesílení stejné



ref. pomalá, pp. stejné
zesílení různé



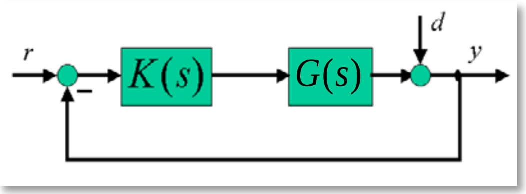
reference s vyššími frekvencemi (pulsy)
tvarovací filtr - dolní propust
nahrazen čistým zesílením 1



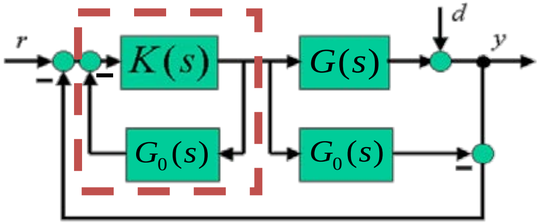
špatné

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

Proč a kdy vůbec použijeme ZV ?



1. Do ZV obvodu se „skutečnou soustavou“ $G(s)$
2. uměle přikreslíme její známý model $G_0(s)$
3. a označíme nový regulátor (s modelem soustavy)

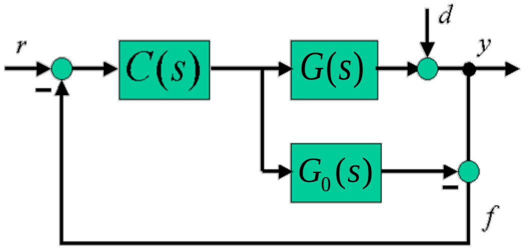


$$C(s) = \frac{K(s)}{1+G_0(s)K(s)}$$

Tím jsme nic nezměnili!

4. Pro novou strukturu platí

$$f = d + [G - G_0]u$$



5. ZV signál zřejmě zmizí $(f = 0)$ právě když současně

a) $G_0(s) = G(s)$ tj. přesně známe soustavu a přitom

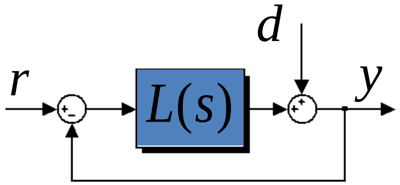
b) $d = 0$ porucha/počáteční stav jsou nulové

Pokud bychom to vše znali, není třeba ZV!

Proč „citlivost“ ?

Porovnejme přenos otevřené smyčky

$$y(s) = L(s)r(s) + d(s)$$



s přenosem uzavřené smyčky

$$y(s) = S(s)L(s)r(s) + S(s)d(s)$$

- Zřejmě $S(s)$ vyjadřuje redukci citlivosti systému, dosaženou pomocí ZV

Ve skutečnosti tento název poprvé použil Bode z jiného důvodu:

- Pro skalární přenosy formální derivování T podle G dává $\quad L(s) = K(s)G(s)$

$$\frac{dT}{dG} = \frac{d(GK/(1+GK))}{dG} = \frac{(1+GK)(K)-(GK)(K)}{(1+GK)^2} = \frac{K}{(1+GK)^2}$$

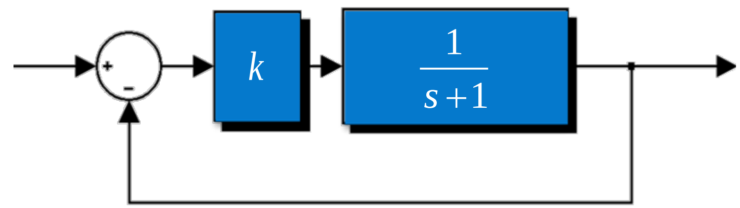
$$= \frac{K}{(1+GK)^2}\frac{G}{G} = \frac{GK}{1+GK}\frac{1}{1+GK}\frac{1}{G} = \frac{TS}{G} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dT/T}{dG/G} = S}$$

- Tedy $S(s)$ je citlivost relativní změny CL přenosu $T(s)$ na relativní změnu (chybu) modelu soustavy $G(s)$

Př. 1: Posunutí pólu - Zrychlení pece na pizzu

Specifikace: zrychlit 4x

- změnit dobu náběhu na $T_r = 0.55$ hod
- tj. zmenšit časovou konstantu na $T = 0.25$
- tedy posunout pól z -1 do -4



$$T = \frac{T_r}{2.2}$$

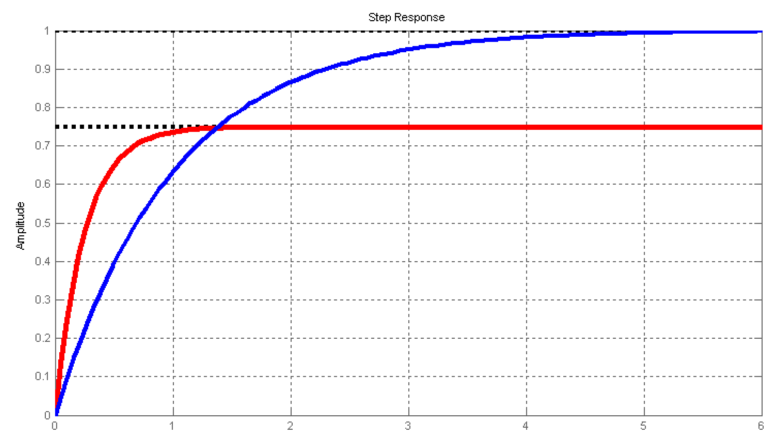
Řešení

- ZV + zesílení (P regulátor) – návrh je jednoduchý
- obecný CL charakteristický polynom je

$$c(s) = (s+1) + k = s + (1+k)$$

- chceme ho změnit na $c(s) = s + 4$
- proto zvolíme $k = 3$
- dostaneme výsledný přenos

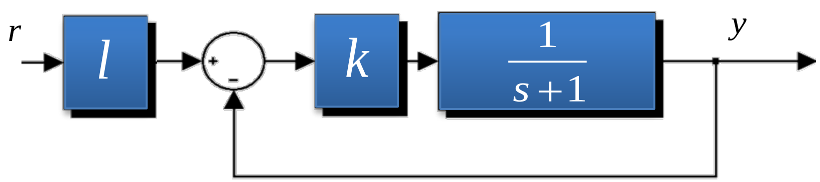
$$T(s) = \frac{L}{1+L} = \frac{3}{s+4}$$



- přechod je skutečně 4x rychlejší, ale co ustálená hodnota?

Model matching

- Lepší bude: posunout pól, ale zachovat ustálené zesílení
  tj. původní přenos $G(s) = \dfrac{1}{s+1}$ změnit na $F(s) = \dfrac{4}{s+4}$
- K tomu je třeba složitější struktura



- Minule jsme navrhli $k = 3$
  a tím dostali

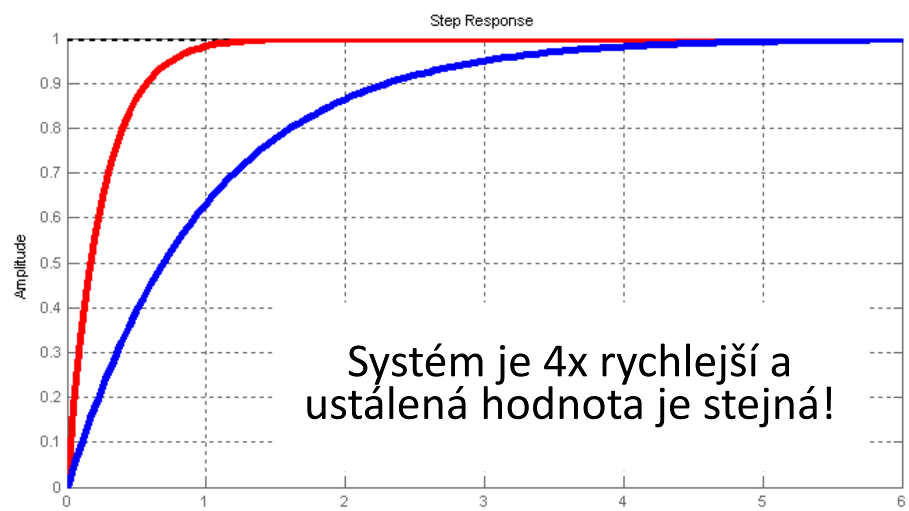
$$T(s) = \frac{3}{s+4} l$$

- Teď už jen stačí vzít

$$l = \frac{4}{3}$$

a dostaneme

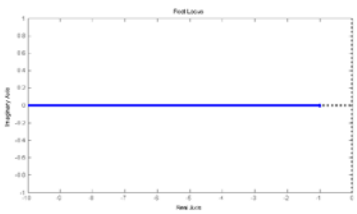
$$T(s) = \frac{4}{s+4}$$

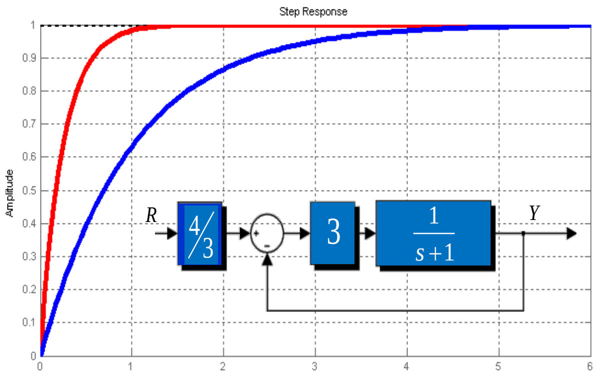


Systém je 4x rychlejší a ustálená hodnota je stejná!

Diskuse

- Zadání jsme splnili, ale je to opravdu tak jednoduché?
- Můžeme soustavu zrychlovat libovolně? Tedy pól posouvat libovolně?
- Podle RL se zdá, že ano

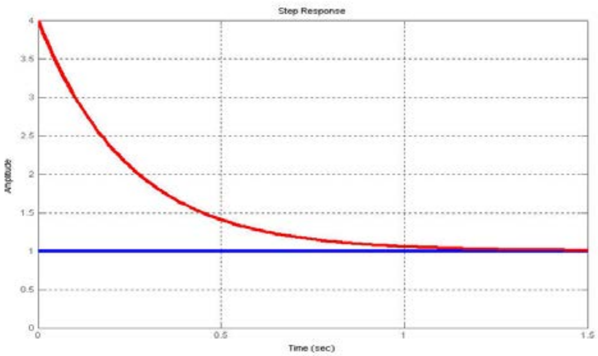




- Ale podívejme se na vstup do soustavy

$$u(s) = 4\frac{s+1}{s+4}r(s) \qquad u_{0^+} = \lim_{s\to\infty} 4\frac{s+1}{s+4}\frac{1}{s}s = 4$$

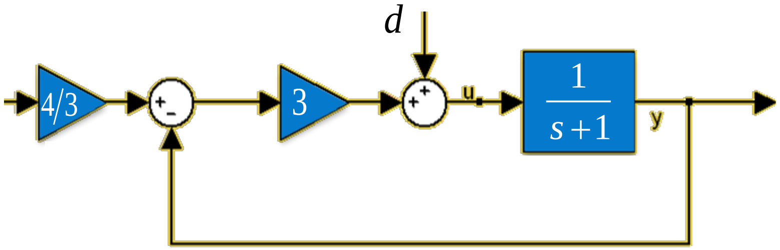
- Vstupní signál má vysokou špičku:
- Čím dále posuneme pól, tím bude špička vstupu větší
- až přestane platit lineární model

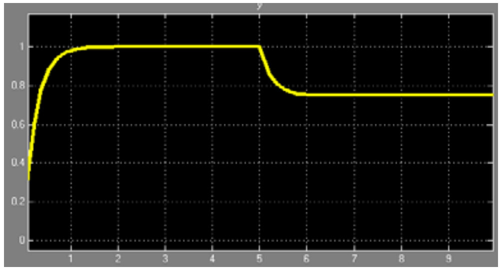


- Poučení: Póly nesmíme posouvat moc daleko od původních poloh

Diskuse

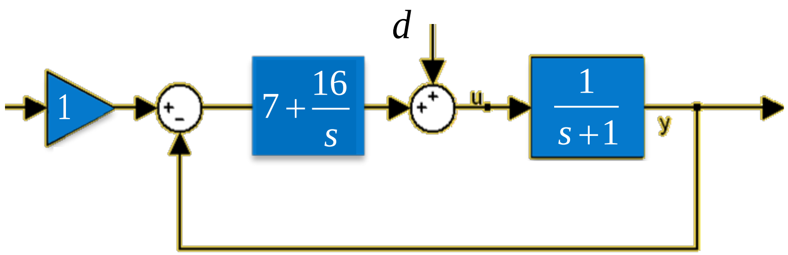
- Jak se projeví skoková změna vnější teploty? viz pizza.mdl

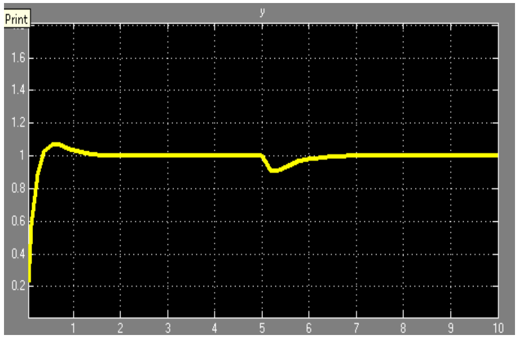




$$y(s) = \frac{4}{s+4} r(s) + \frac{1}{s+4} d(s) \quad \Rightarrow \quad y_{ss} = r_{ss} + \frac{1}{a} d_{ss}$$

- Systém nedokáže eliminovat vliv skokové změny vnější teploty
- Na to musí mít regulátor integrační složku

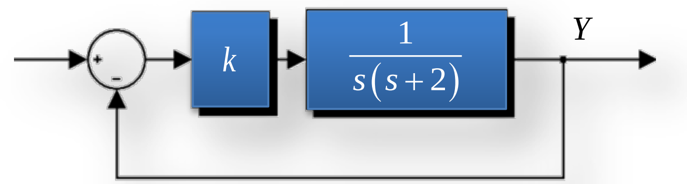


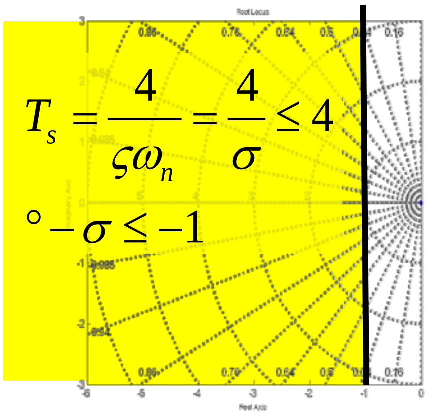


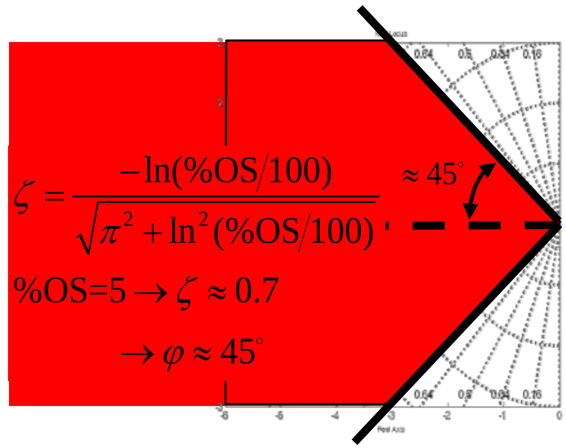
$$y(s) = \frac{7s+16}{(s+4)^2} r(s) + \frac{s}{(s+4)^2} d(s) \quad \Rightarrow \quad y_{ss} = r_{ss} + 0 d_{ss}$$

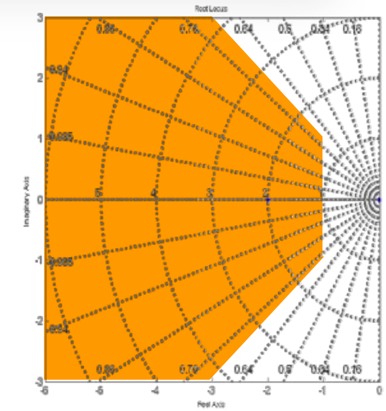
Příklad - 2. řád

- Navrhněte k tak, aby $T_s \le 4\text{s}$ a $OS\% \le 5\%$

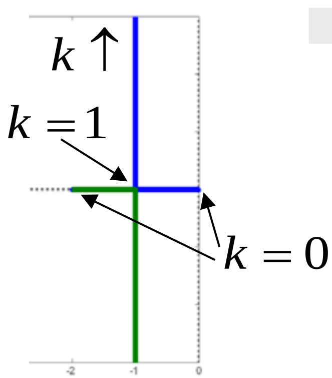


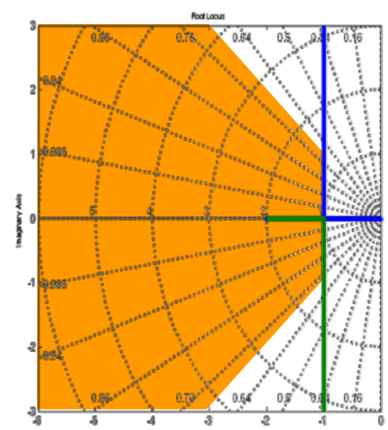


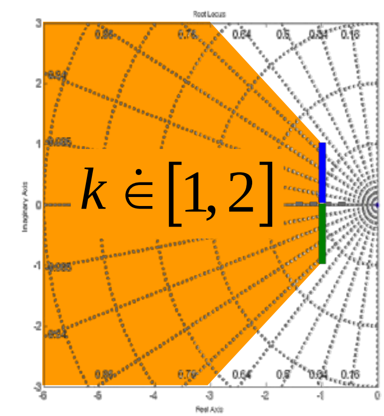




- RL

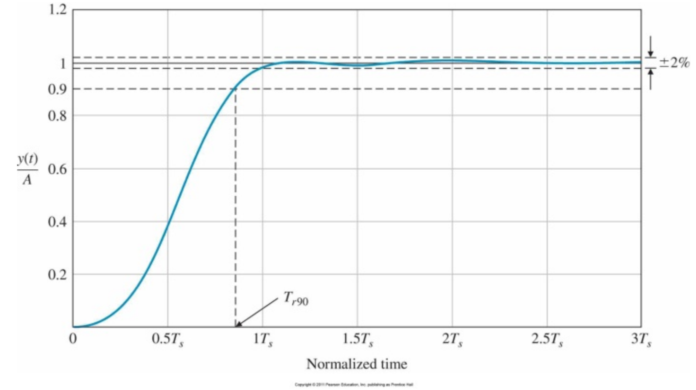






Příklad na druhý a vyšší řád: „Spojitý deadbeat“

- Napodobuje typickou diskrétní strategii
- Skoková odezva se rychle přiblíží pásmu ustálení a s minimálním překmitem tam už zůstává
- Typická specifikace:
  1. Rychlá odezva(= minimální T_r a T_s)
  2. OS mezi 0,1% a 2%
  3. podkývnutí $< 2\%$
  4. $E_{ss} = 0$



- Empiricky zjištěné hodnoty pro výsledné přenosy

Table 10.2 Coefficients and Response Measures of a Deadbeat System

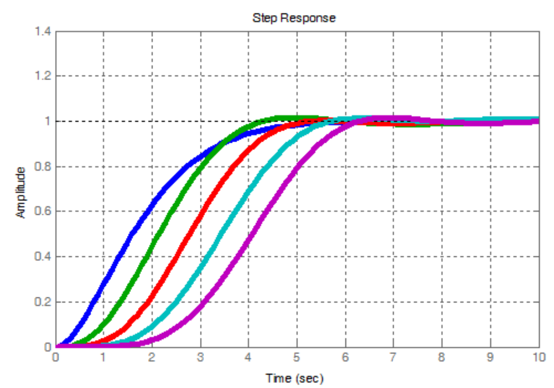
System Order	Coefficients α	β	γ	δ	ϵ	Percent Overshoot P.O.	Percent Undershoot P.U.	90% Rise Time T_{r90}	100% Rise Time T_r	Settling Time T_s
2nd	1.82					0.10%	0.00%	3.47	6.58	4.82
3rd	1.90	2.20				1.65%	1.36%	3.48	4.32	4.04
4th	2.20	3.50	2.80			0.89%	0.95%	4.16	5.29	4.81
5th	2.70	4.90	5.40	3.40		1.29%	0.37%	4.84	5.73	5.43
6th	3.15	6.50	8.70	7.55	4.05	1.63%	0.94%	5.49	6.31	6.04

Note: All times are normalized.

$$T_{2\check{r}\acute{a}d}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \alpha\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{\bar{s}^2 + \alpha\bar{s} + 1}, \qquad \bar{s} = \frac{s}{\omega_n}$$

$$T_{3\check{r}\acute{a}d}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha\omega_n s^2 + \beta\omega_n^2 s + \omega_n^3} = \frac{1}{\bar{s}^3 + \alpha\bar{s}^2 + \beta\bar{s} + 1}$$

$$\vdots$$



Příklad na druhý a vyšší řád: „Spojitý deadbeat“

- Soustava se ZV regulátorem dává přenos uzavřené smyčky

$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)},\quad C(s)=k\frac{s+z}{s+p} \quad\Rightarrow\quad T_{fb}(s)=\frac{k(s+z)}{s^3+(p+1)s^2+(p+k)s+kz}$$

- Pomocí předfiltru vykrátíme (stabilní!) nulu a dostaneme celkový přenos

$$F(s)=\frac{z}{s+z} \quad\Rightarrow\quad T_{celk}(s)=\frac{kz}{s^3+(p+1)s^2+(p+k)s+kz}=\frac{\omega_n^3}{s^3+\alpha\omega_n s^2+\beta\omega_n^2 s+\omega_n^3}$$

- Máme 1 parametr navíc, takže třeba zvolíme T_s a k tomu vypočteme (ze vzorce pro 2. řád)

$$\omega_n=\frac{4,04}{T_s}$$

- Z porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin ve

$$s^3+(p+1)s^2+(p+k)s+kz=s^3+\alpha\omega_n s^2+\beta\omega_n^2 s+\omega_n^3$$

- dostaneme

$$(p+1)=\alpha\omega_n \rightarrow p=\alpha\omega_n-1$$

$$p+k=\beta\omega_n^2 \rightarrow k=\beta\omega_n^2-p$$

$$kz=\omega_n^3 \rightarrow z=\omega_n^3/k$$

Příklad na druhý a vyšší řád: „Spojitý deadbeat“

- Soustava, ZV regulátor a předfiltr $G(s)=\dfrac{1}{s(s+1)},C(s)=k\dfrac{s+z}{s+p},F(s)=\dfrac{z}{s+z}$
- Nejprve zvolíme T_s = 2s a k tomu vypočteme (ze vzorce pro 2. řád) $\omega_n=4{,}04/T_s=2{,}02$
- Z tabulky odečteme pro 3. řád $\alpha=1{,}9;\ \beta=2{,}2$, porovnáme koeficienty ve
- $s^3+(p+1)s^2+(p+k)s+kz=s^3+\alpha\omega_n s^2+\beta\omega_n^2 s+\omega_n^3=s^3+3{,}84s^2+8{,}98s+8{,}24$
- A dostaneme $p\approx 2{,}84; k\approx 6{,}14; z\approx 1{,}34$
- A z toho hledané

$$C(s)=k\frac{s+z}{s+p}=6{,}14\frac{s+1{,}34}{s+2{,}84}$$

$$F(s)=\frac{z}{s+z}=\frac{1{,}34}{s+1{,}34}$$

$$T_{celk}(s)=\frac{8.24}{s^3+3.84s^2+8.98s+8.24}$$

$$T_{fb}(s)=\frac{6.14s+8.24}{s^3+3.84s^2+8.98s+8.24}$$