

Příklady k přednášce 9 - Zpětná vazba



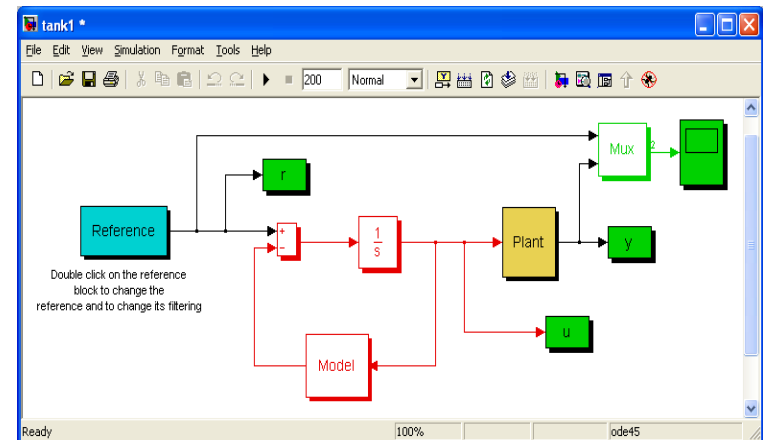
Michael Šebek
Automatické řízení 2018



- tank průřezu 1 s výškou hladiny $y(t)$, přítokem $u(t)$ a odtokem $2\sqrt{y(t)}$

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2\sqrt{y(t)} = u(t)$$

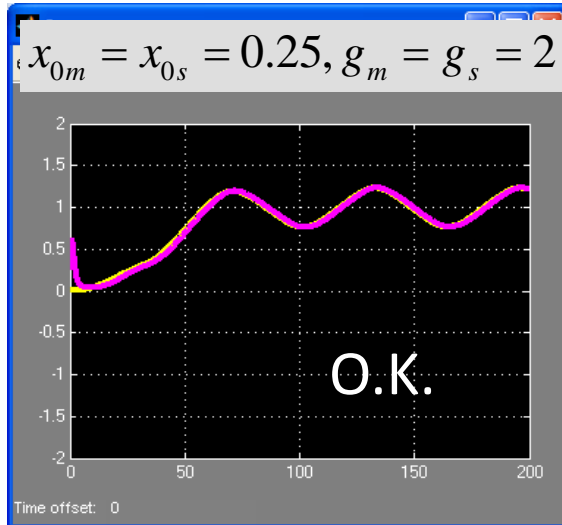
- Cíl řízení: sledovat pomalu se měnící referenční signál
- Struktura: FF řízení s přibližnou inverzí s modelem v FB a velkým zesílením na malých frekvencích
- Zesílení realizujeme integrátorem (má ∞ zesílení pro $\omega=0$)
- Můžeme testovat v Simulinku – model tank1.mdl
- Funguje dobře, ale jen když
 - model je přesný
 - model a soustava mají skoro stejný počáteční stav
 - reference má jen nízké frekvence



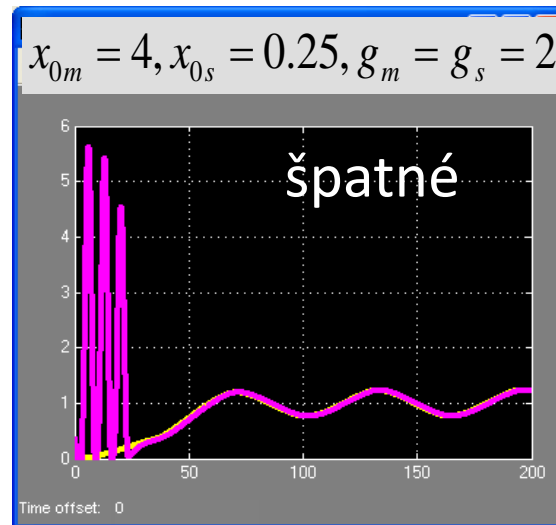


Příklad: Přibližná inverze

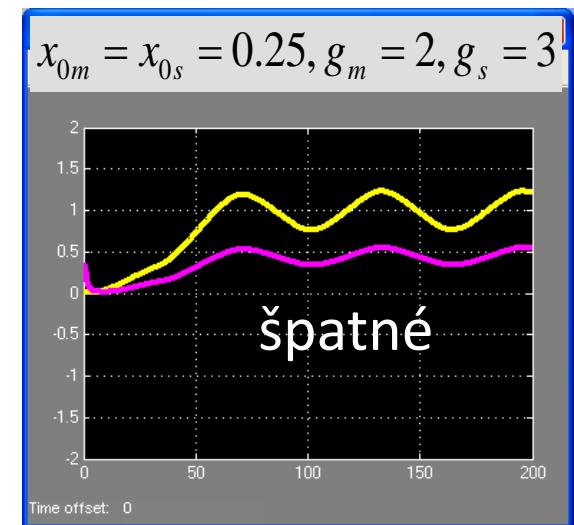
reference pomalá
pp. a zesílení stejné



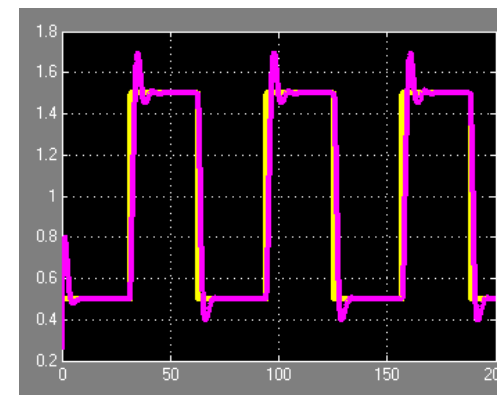
ref. pomalá, pp. různé
zesílení stejné



ref. pomalá, pp. stejné
zesílení různé



reference s vyššími frekvencemi (pulsy)
tvarovací filtr - dolní propust
nahrazen čistým zesílením 1





Proč a kdy vůbec použijeme ZV ?

1. Do ZV obvodu se „skutečnou soustavou“ $G(s)$
2. uměle přikreslíme její známý model $G_0(s)$
3. a označíme nový regulátor (s modelem soustavy)

$$C(s) = \frac{K(s)}{1 + G_0(s)K(s)}$$

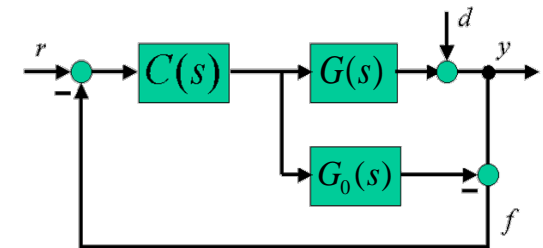
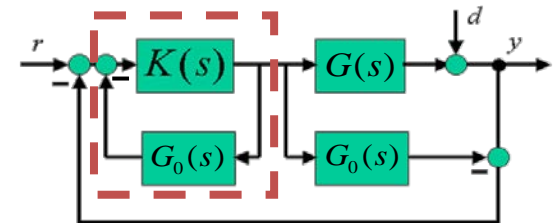
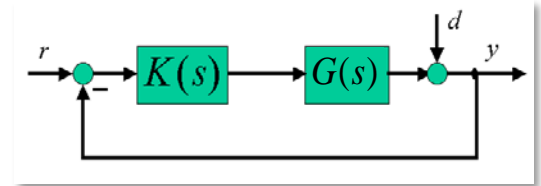
Tím jsme nic nezměnili!

4. Pro novou strukturu platí

$$f = d + [G - G_0]u$$

5. ZV signál zřejmě zmizí ($f = 0$) právě když současně
 - a) $G_0(s) = G(s)$ tj. přesně známe soustavu a přitom
 - b) $d = 0$ porucha/počáteční stav jsou nulové

Pokud bychom to vše znali, není třeba ZV!





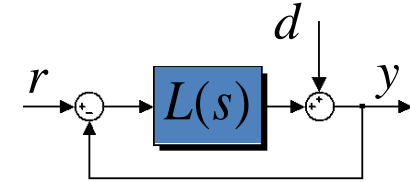
Proč se to jmenuje „citlivost“ ?

Porovnejme přenos otevřené smyčky

$$y(s) = L(s)r(s) + d(s)$$

s přenosem uzavřené smyčky

$$y(s) = S(s)L(s)r(s) + S(s)d(s)$$



- Zřejmě $S(s)$ vyjadřuje redukci citlivosti systému, dosaženou pomocí ZV

Ve skutečnosti tento název poprvé použil Bode z jiného důvodu:

- Pro skalární přenosy formální derivování T podle G dává $L(s) = K(s)G(s)$

$$\frac{dT}{dG} = \frac{d(GK/(1+GK))}{dG} = \frac{(1+GK)(K) - (GK)(K)}{(1+GK)^2} = \frac{K}{(1+GK)^2}$$

$$= \frac{K}{(1+GK)^2} \frac{G}{G} = \frac{GK}{1+GK} \frac{1}{1+GK} \frac{1}{G} = \frac{TS}{G}$$

$$\frac{dT/T}{dG/G} = S$$

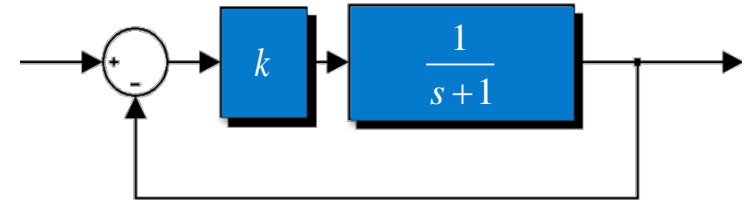
- Tedy $S(s)$ je citlivost relativní změny CL přenosu $T(s)$ na relativní změnu (chybu) modelu soustavy $G(s)$



Př.: Posunutí pólu - Zrychlení pece na pizzu

Specifikace: zrychlit 4x

- změnit dobu náběhu na $T_r = 0.55$ hod
- tj. zmenšit časovou konstantu na $T = 0.25$
- tedy posunout pól z -1 do -4



$$T = \frac{T_r}{2.2}$$

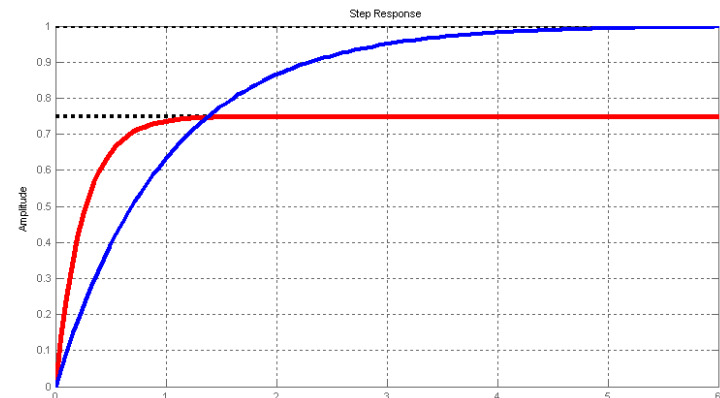
Řešení

- ZV + zesílení (P regulátor) – návrh je jednoduchý
- obecný CL charakteristický polynom je
- chceme ho změnit na $c(s) = s + 4$
- proto zvolíme $k = 3$
- dostaneme výsledný přenos

$$T(s) = \frac{L}{1+L} = \frac{3}{s+4}$$

- přechod je skutečně 4x rychlejší, ale co ustálená hodnota?

$$c(s) = (s+1) + k = s + (1+k)$$

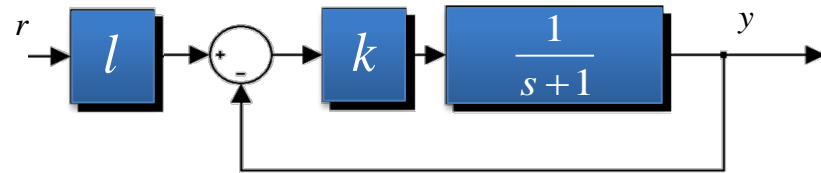




- Lepší bude: posunout pól, ale zachovat ustálené zesílení

tj. původní přenos $G(s) = \frac{1}{s+1}$ změnit na $F(s) = \frac{4}{s+4}$

- K tomu je třeba složitější struktura



- Minule jsme navrhli $k = 3$ a tím dostali

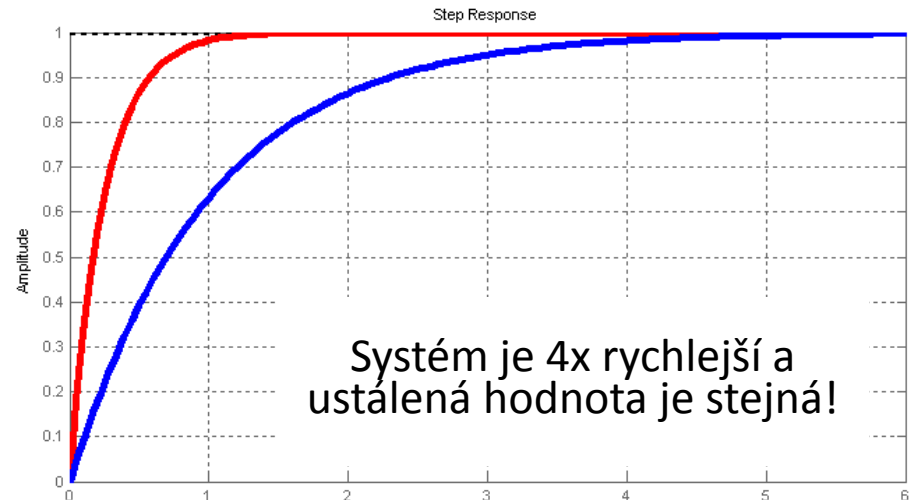
$$T(s) = \frac{3}{s+4} l$$

- Teď už jen stačí vzít

$$l = \frac{4}{3}$$

a dostaneme

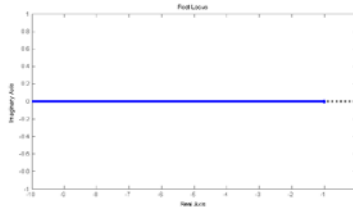
$$T(s) = \frac{4}{s+4}$$





- Zadání jsme splnili, ale je to opravdu tak jednoduché?
- Můžeme soustavu zrychlovat libovolně? Tedy pól posouvat libovolně?

- Podle RL se zdá, že ano

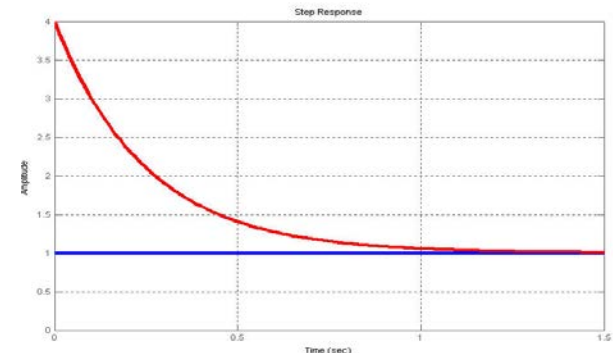
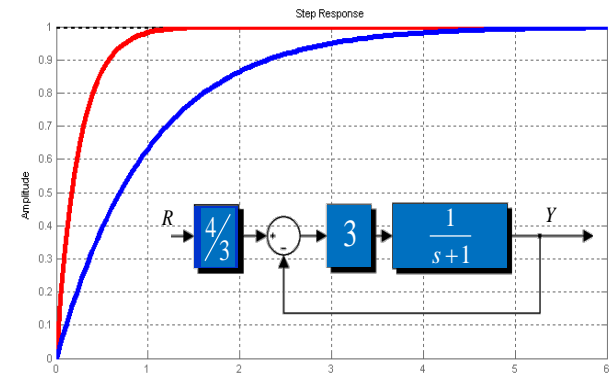


- Ale podívejme se na vstup do soustavy

$$u(s) = 4 \frac{s+1}{s+4} r(s) \quad u_{0+} = \lim_{s \rightarrow \infty} 4 \frac{s+1}{s+4} \frac{1}{s} = 4$$

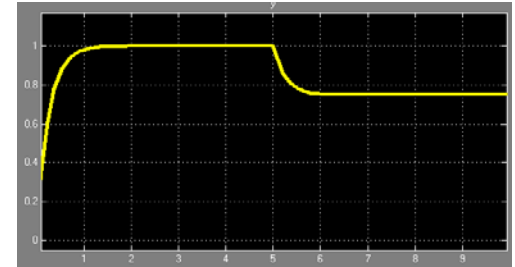
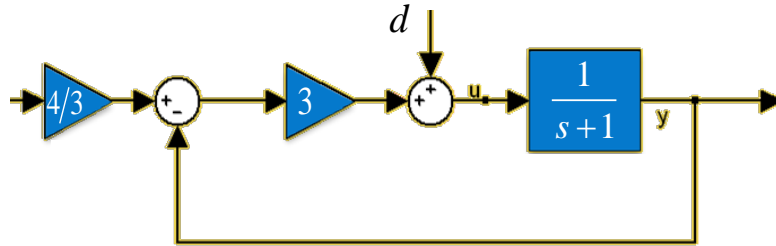
- Vstupní signál má vysokou špičku:
- Čím dále posuneme pól, tím bude špička vstupu větší
- až přestane platit lineární model

- Poučení: Póly nesmíme posouvat moc daleko od původních poloh



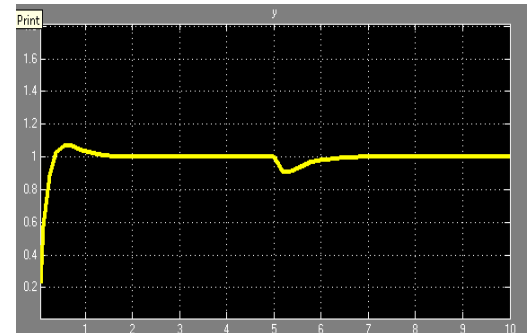
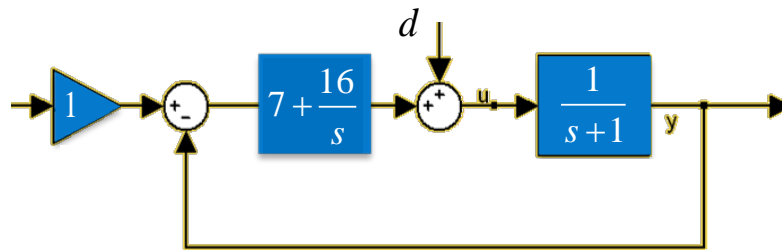


- Jak se projeví skoková změna vnější teploty? viz pizza.mdl



$$y(s) = \frac{4}{s+4} r(s) + \frac{1}{s+4} d(s) \quad \Rightarrow \quad y_{ss} = r_{ss} + \frac{1}{a} d_{ss}$$

- Systém nedokáže eliminovat vliv skokové změny vnější teploty
- Na to musí mít regulátor integrační složku

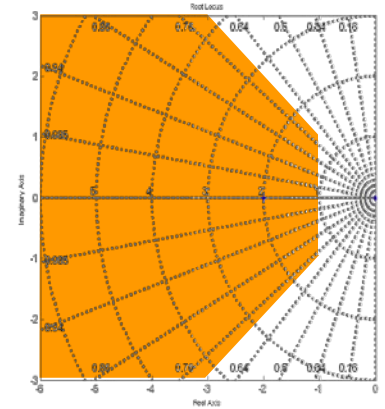
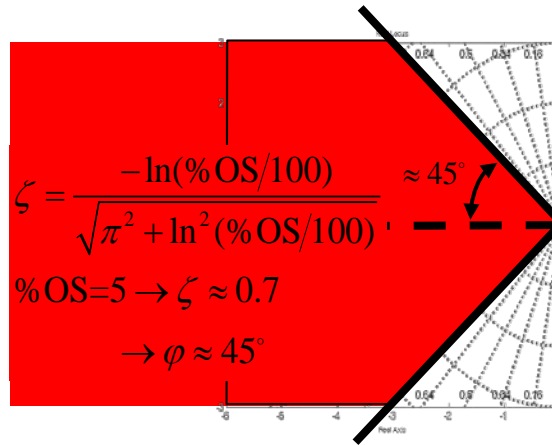
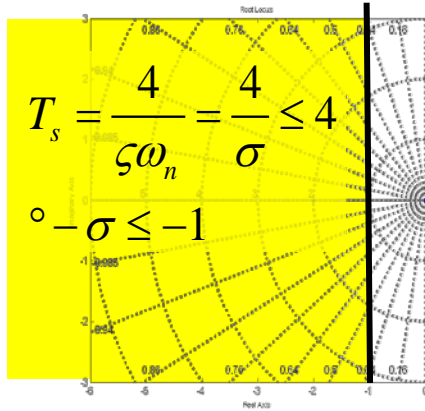
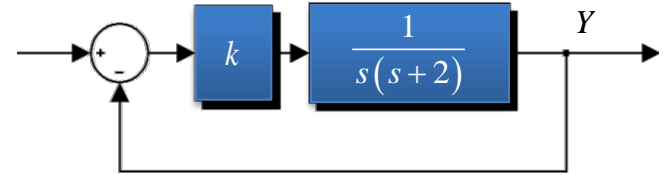


$$y(s) = \frac{7s+16}{(s+4)^2} r(s) + \frac{s}{(s+4)^2} d(s) \quad \Rightarrow \quad y_{ss} = r_{ss} + 0d_{ss}$$

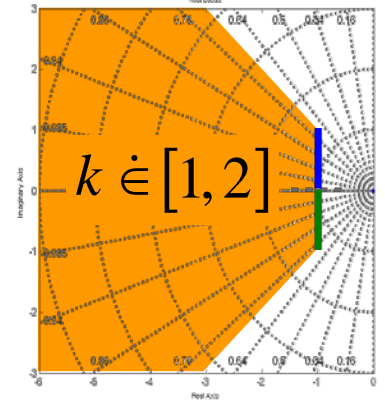
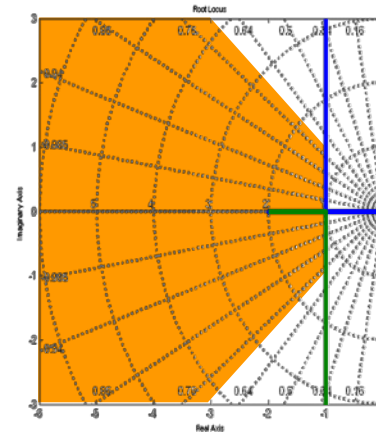
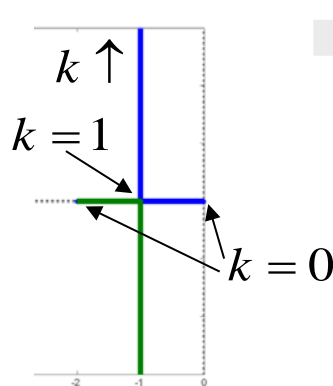


Příklad - 2. řád

- Navrhněte k tak, aby $T_s \leq 4s$ a $OS\% \leq 5\%$



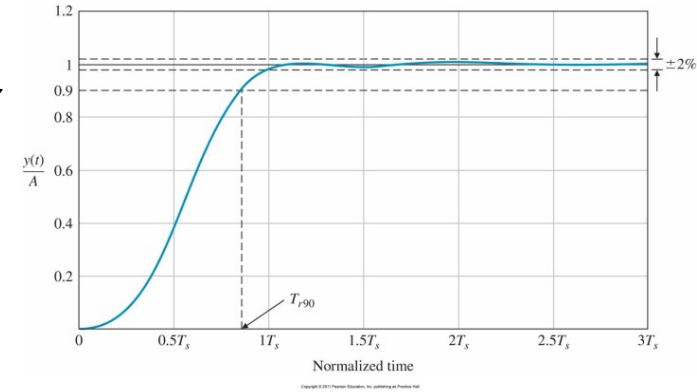
- RL





Příklad na druhý a vyšší řád: „Spojitý deadbeat“

- Napodobuje typickou diskrétní strategii
- Skoková odezva se rychle přiblíží pásmu ustálení a s minimálním překmitem tam už zůstává
- Typická specifikace:
 1. Rychlá odezva = minimální T_r a T_s
 2. OS mezi 0,1% a 2%
 3. podkývnutí < 2%
 4. $E_{ss} = 0$
- Empiricky zjištěné hodnoty pro výsledné přenosy



db
db
db
db
db
db
T=
ste

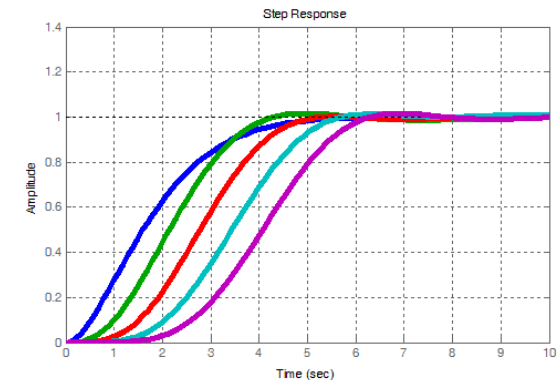
System Order	Coefficients					Percent Over-shoot P.O.	Percent Under-shoot P.U.	90% Rise Time T_{r90}	100% Rise Time T_r	Settling Time T_s
	α	β	γ	δ	ϵ					
2nd	1.82					0.10%	0.00%	3.47	6.58	4.82
3rd	1.90	2.20				1.65%	1.36%	3.48	4.32	4.04
4th	2.20	3.50	2.80			0.89%	0.95%	4.16	5.29	4.81
5th	2.70	4.90	5.40	3.40		1.29%	0.37%	4.84	5.73	5.43
6th	3.15	6.50	8.70	7.55	4.05	1.63%	0.94%	5.49	6.31	6.04

Note: All times are normalized.

$$T_{2\text{řád}}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + \alpha\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{\bar{s}^2 + \alpha\bar{s} + 1}, \quad \bar{s} = \frac{s}{\omega_n}$$

$$T_{3\text{řád}}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha\omega_n s^2 + \beta\omega_n^2 s + \omega_n^3} = \frac{1}{\bar{s}^3 + \alpha\bar{s}^2 + \beta\bar{s} + 1}$$

⋮





- Soustava se ZV regulátorem

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}, \quad C(s) = k \frac{s+z}{s+p}$$



dává přenos uzavřené smyčky

$$T_{fb}(s) = \frac{k(s+z)}{s^3 + (p+1)s^2 + (p+k)s + kz}$$

- Pomocí předfiltru vykrátíme (stabilní!) nulu a dostaneme celkový přenos

$$F(s) = \frac{z}{s+z} \quad \longrightarrow \quad T_{celk}(s) = \frac{kz}{s^3 + (p+1)s^2 + (p+k)s + kz} = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha\omega_n s^2 + \beta\omega_n^2 s + \omega_n^3}$$

- Máme 1 parametr navíc, takže třeba zvolíme T_s $\omega_n = \frac{4,04}{T_s}$
a k tomu vypočteme (ze vzorce pro 2. řád)

- Z porovnáním koeficientů u jednotlivých mocnin ve

$$s^3 + (p+1)s^2 + (p+k)s + kz = s^3 + \alpha\omega_n s^2 + \beta\omega_n^2 s + \omega_n^3$$

- dostaneme

$$(p+1) = \alpha\omega_n \rightarrow p = \alpha\omega_n - 1$$

$$p+k = \beta\omega_n^2 \rightarrow k = \beta\omega_n^2 - p$$

$$kz = \omega_n^3 \rightarrow z = \omega_n^3 / k$$



Pokračování „Spojitý deadbeat“

- Soustava, ZV regulátor a předfiltr
- Nejprve zvolíme $T_s = 2s$ a k tomu vypočteme (ze vzorce pro 2. řád) $\omega_n = 4,04/T_s = 2,02$
- Z tabulky odečteme pro 3. řád $\alpha = 1,9$; $\beta = 2,2$, porovnáme koeficienty ve
- $s^3 + (p+1)s^2 + (p+k)s + kz = s^3 + \alpha\omega_n s^2 + \beta\omega_n^2 s + \omega_n^3 = s^3 + 3,84s^2 + 8,98s + 8,24$
- A dostaneme $p \approx 2,84$; $k \approx 6,14$; $z \approx 1,34$
- A z toho hledané

$$C(s) = k \frac{s+z}{s+p} = 6,14 \frac{s+1,34}{s+2,84}$$

$$F(s) = \frac{z}{s+z} = \frac{1,34}{s+1,34}$$

$$T_{celk}(s) = \frac{8.24}{s^3 + 3.84s^2 + 8.98s + 8.24}$$

$$T_{fb}(s) = \frac{6.14s + 8.24}{s^3 + 3.84s^2 + 8.98s + 8.24}$$

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}, C(s) = k \frac{s+z}{s+p}, F(s) = \frac{z}{s+z}$$

