

# Příklady k přednášce 11 - Regulátory



Michael Šebek  
Automatické řízení 2019



- V běžných průmyslových procesech je to méně časté, ale některé důležité aplikace mají hodně oscilující módy:
  - pružné rameno robota
  - disková mechanika
  - AMF (Atomic Force Microscope)
  - MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems)
  - pružné konstrukce v kosmu
  - spalovací systémy
- Velmi obtížně se řídí, zejména je-li tlumení velmi malé, takže systém hodně rezonuje
- Skoro nemožné řídit PI – nepřidá fázový předstih, proto je uzavřená smyčka ještě méně tlumená
- PI regulátor nesmí vybudit oscilační módy, proto je výsledná reakce velmi pomalá
- D akce velmi pomůže



# Příklad: Málo tlumená oscilující soustava

- Pro oscilující soustavu s velmi malým tlumením

$$G(s) = \frac{a^2}{s^2 + 2\zeta as + a^2}$$

$$\zeta = 0.005$$

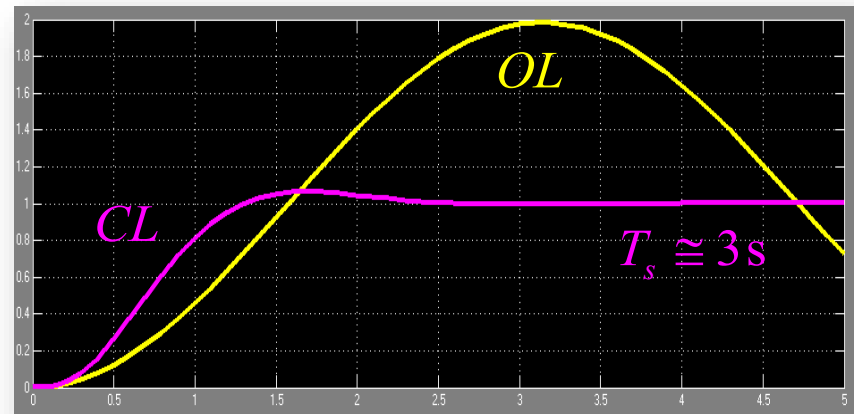
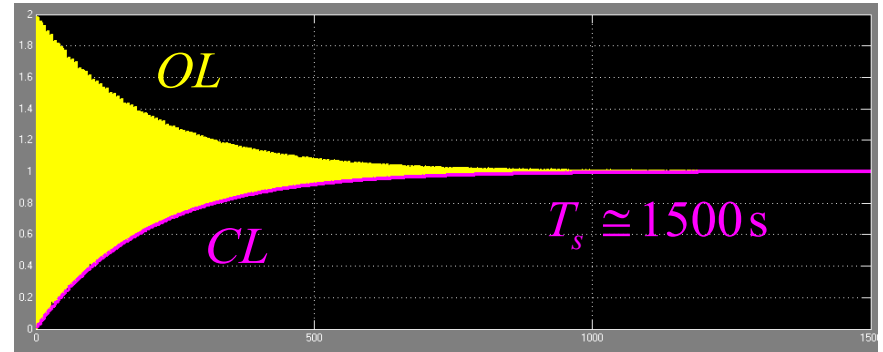
- I regulátor (P pomůže jen málo)

$$C(s) = \frac{0.005}{s}$$

- PID regulátor

$$C(s) = 17 + \frac{27}{s} + 5.99s$$

- ještě lépe  $b = 0$ , pak skok nevybudí vysoké frekvence





# Příklad: Soustava vyššího řádu

- Pro soustavu 3. řádu

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

- PID regulátor

$$C(s) = 3.5 \left( 1 + \frac{1}{2.0s} + 0.6s \right)$$

- TDF regulátor 3.řádu

$$R(s)u = -S(s)y + T(s)y_{sp}$$

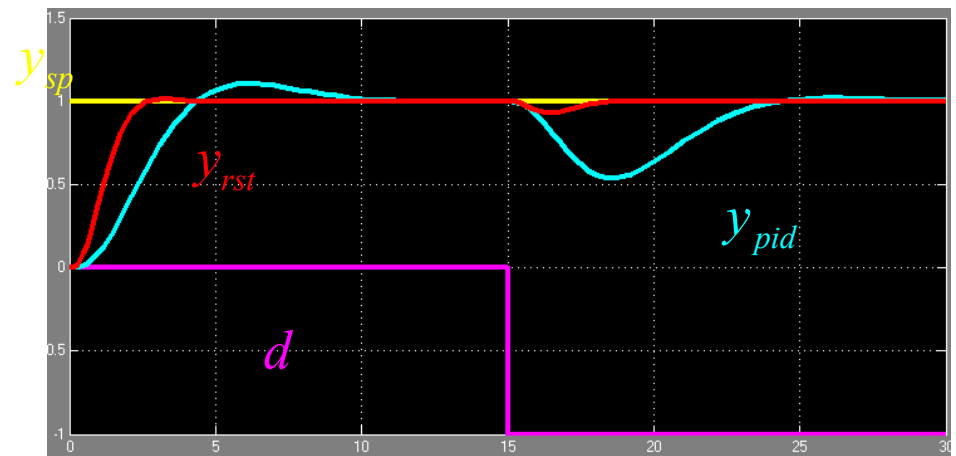
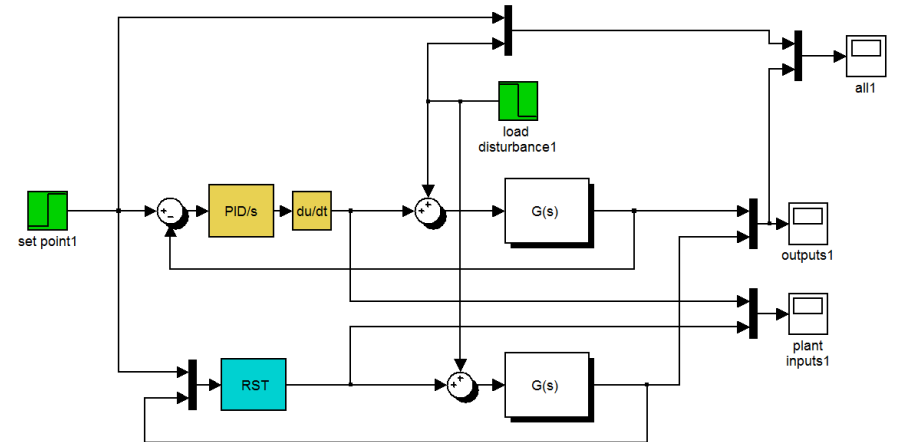
$$R(s) = s(s^2 + 11.5s + 57.5)$$

$$S(s) = 144s^3 + 575s^2 + 870s + 512$$

$$T(s) = 8s^3 + 77s^2 + 309s + 512$$

je lepší než PID

AH\_Ex3\_3\_HiOr.mdl





# Příklad: Soustava s dopravním zpožděním

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

- Pro soustavu s velkým zpožděním

$$G(s) = \frac{1}{1+2s} e^{-4s}$$

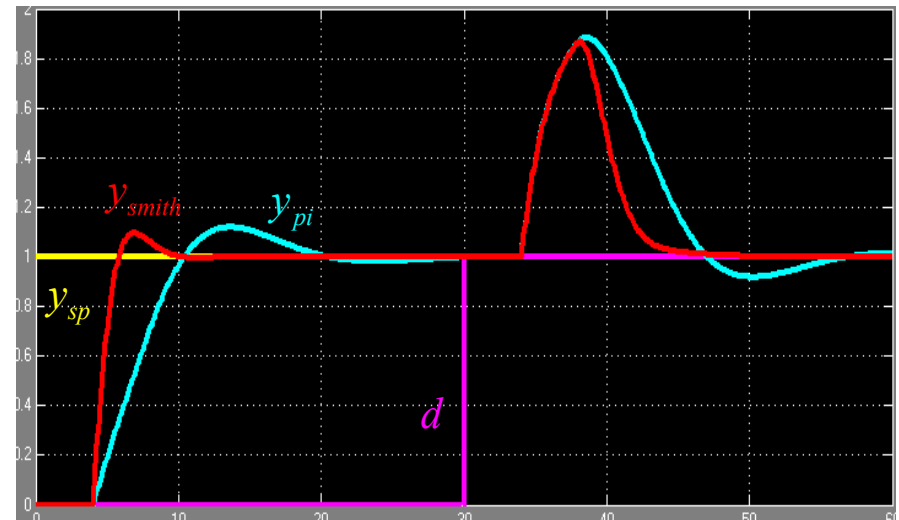
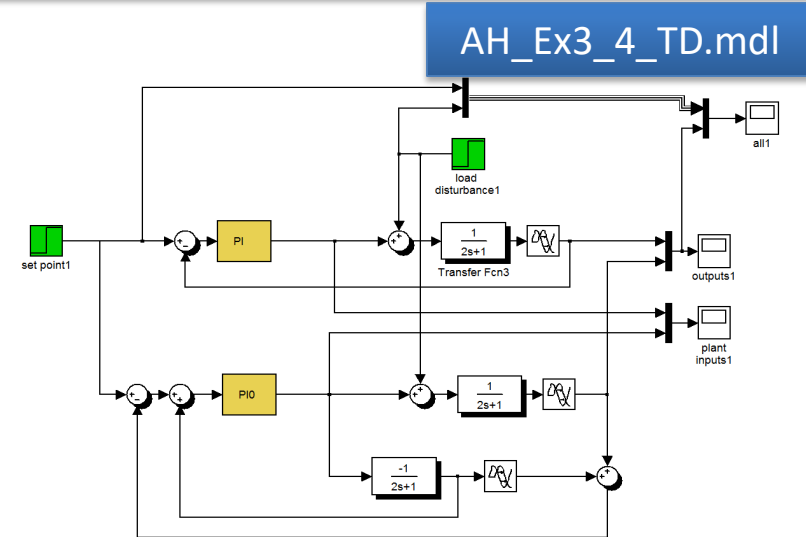
- PI regulátor (složka D nepomůže)

$$C(s) = 0.4 \left( 1 + \frac{1}{2.5s} \right)$$

- Smithův prediktor s PI regulátorem

$$C_0(s) = 1.8 \left( 1 + \frac{1}{0.9s} \right)$$

- je ve srovnání s PID lepší:  
má o dost lepší reakce na skok reference a o něco lepší reakce na skok poruchy





# Rychlá odezva – pulzní vstup

- Větší akční zásahy → rychlejší odezva - v praxi omezeny
- Pak dá nejrychlejší odezvu pulzní vstup „bang-bang“  $u(t) \in [u_{\min}, u_{\max}]$
- Přesný tvar vstupu lze vypočítat (časově optimální řízení) – není lineární

## Příklad

- Soustava  $P(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$   $u_{\min} = -4$   
 $u_{\max} = 4$

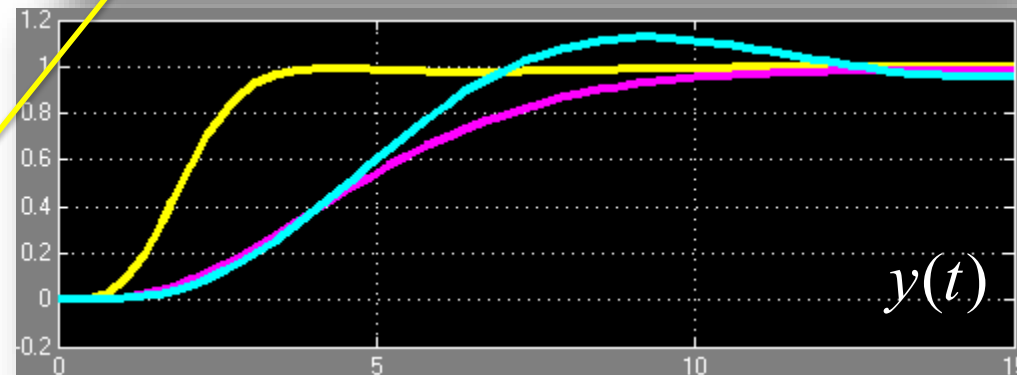
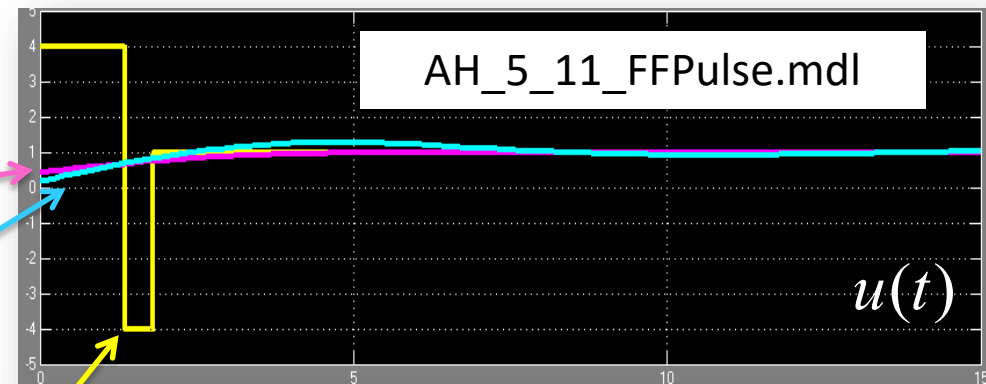
- **PI regulátor**

$$K = 0.43, T_i = 2.25$$
$$b = 1, (M_s = 1.4)$$

- **PI regulátor**

$$K = 0.78, T_i = 2.05$$
$$b = 0.23, (M_s = 2.0)$$

- **Pulzní FF**





# Rychlá odezva – omezená rychlost akce

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

- Jiné praktické omezení: rychlost akčního zásahu
- Také časté kombinované omezení: na velikost i rychlost akčního zásahu
- Také není lineární

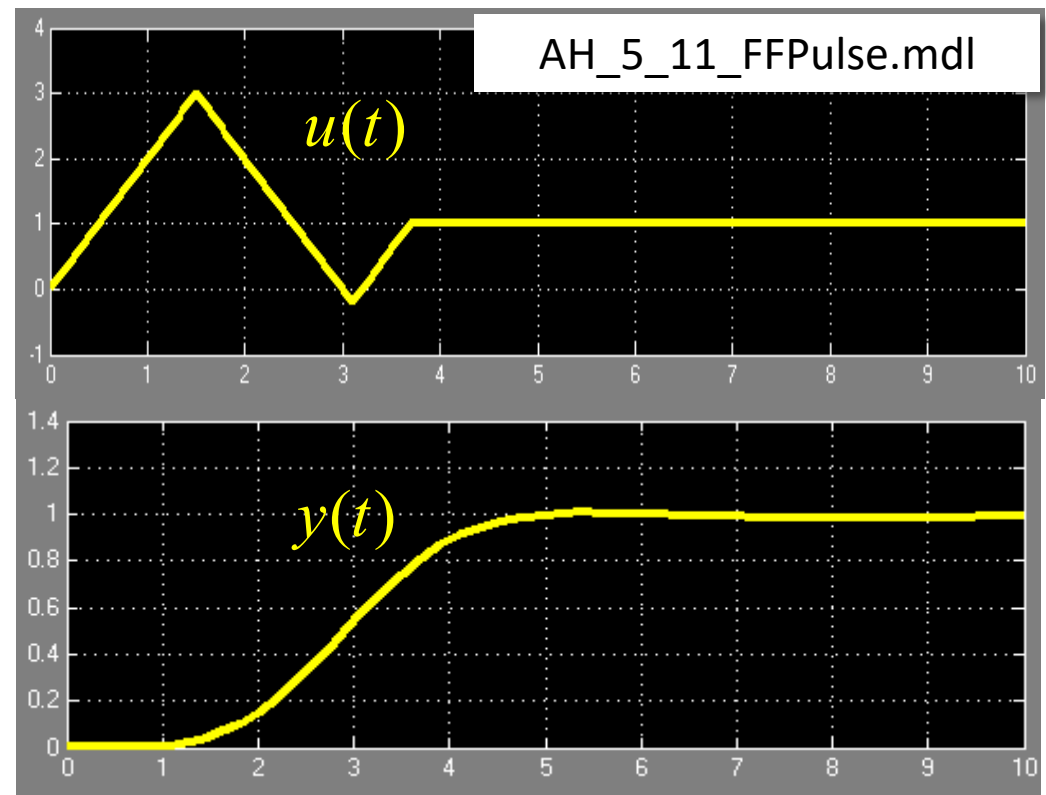
## Příklad

- Soustava jako minule

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$$

- ale musí být

$$\left| \frac{du}{dt} \right| < \text{konst}$$

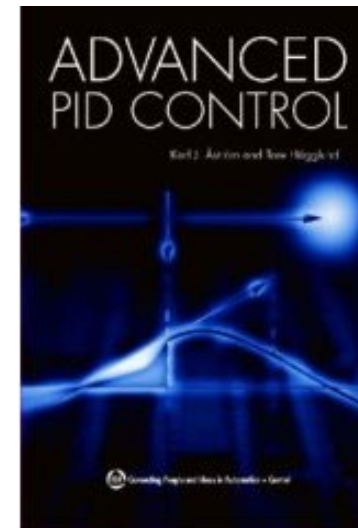
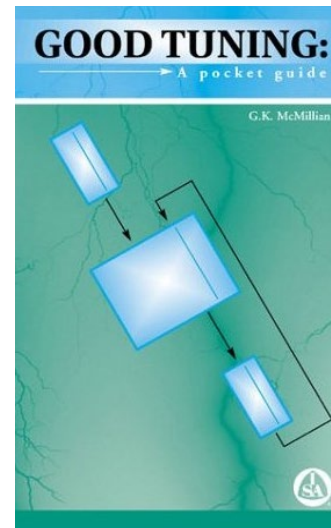
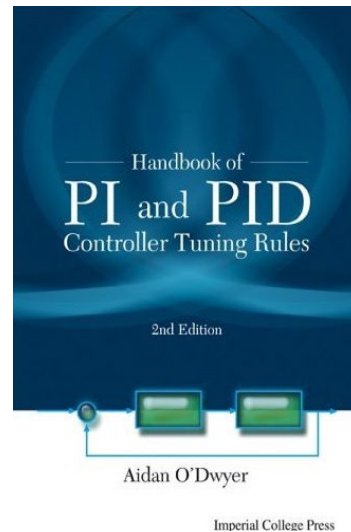
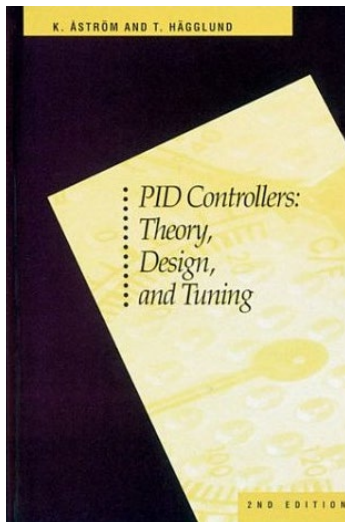




# Hraní s P-I-D a dalšími regulátory

Automatické řízení - Kybernetika a robotika

- po internetu je mnoho zajímavých stránek o PID regulátorech, např. <http://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=Introduction&section=ControlPID>
- o ladění PID regulátorů jsou celé knihy







# Příklad: Proti-intuitivní chování

- Obvyklé pravidlo pro manuální ladění říká, že když snížíme  $K$ , tak zvýšíme stabilitu a potlačíme oscilace (zvýšíme tlumení)

- Platí to obvykle, ale ne vždy:

- Uvažme soustavu  $G(s) = \frac{1}{s}$  s PI regulátorem  $C(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$

- Uzavřená smyčka má charakteristický polynom

$$p_{cl}(s) = T_i s^2 + K_P T_i s + K \Rightarrow s^2 + K_P s + \frac{K}{T_i}$$

- Porovnáním s obecným polynomem

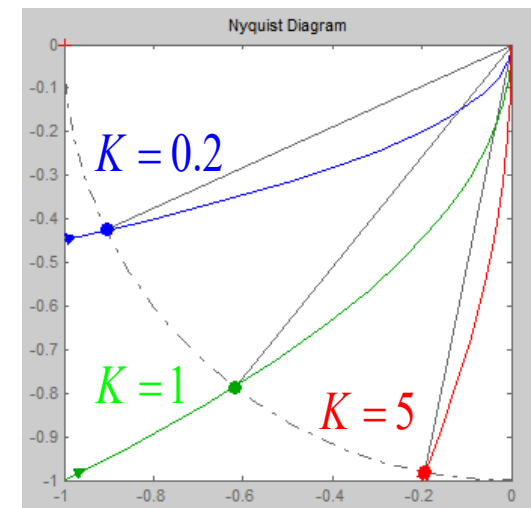
$$\text{pro systém 2. řádu } s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

- vypočteme tlumení jako

$$\zeta = \frac{\sqrt{K_P T_i}}{2}$$

- které zřejmě závisí na  $K_P$  právě opačně, než říká pravidlo

Proti intuici:  
PM roste s  $K_P$





# Příklad: Soustava 2. řádu a PID regulátor

- Použití umístění pólů v extrémní situaci, kdy ostatní metody ladění nefungují
- soustava s nestabilní nulou a málo tlumenými oscilačními módy
- tento příklad nelze jinými (klasickými) metodami řešit (diskuse viz Åström, Hägglund: Advanced PID Control, s 180)
- zvolíme  $c(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1 = (s + 1)(s + 0.5 + j0.866)(s + 0.5 - j0.866)$
- pak sestavíme soustavu a vyřešíme ji (PolTbx)

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{1-s}{s^2+1}$$

```
>> c=s^3+2*s^2+2*s+1,a=s^2+1,b=1-s
c = 1 + 2s + 2s^2 + s^3
a = 1 + s^2
b = 1 - s
>> [x,y]=axbyc(a*s,b,c)
x = 3.0000
y = 1 + 2s^2
```

$$\frac{q(s)}{p(s)} = \frac{k_D s^2 + k_P s + k_I}{s} = \frac{2s^2 + 1}{3s}$$

$$\begin{aligned}k_P &= 0 \\k_I &= 1/3 \\k_D &= 2/3\end{aligned}$$



# Umístění dominantních pólů

- Umístíme jen některé CL póly, ty ostatní „vyjdou.“
- K tomu stačí jednoduchý regulátor

Bude ten umístěný pól dominantní?

## Regulátor I

- Pro I regulátor  $\frac{q(s)}{p(s)} = \frac{k_I}{s}$  a obecnou soustavu  $G(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$
- je CL charakteristický polynom  $c(s) = a(s)p(s) + b(s)q(s) = a(s)s + b(s)k_I$
- protože regulátor má jen jeden parametr, dokáže umístit jen jeden CL pól
- chtějme ho tedy umístit do pozice  $s = -h, h > 0$
- až se nám to podaří, bude  $s = -h$  kořenem CL charakteristického polynomu takže musí platit  $c(-h) = a(-h)(-h) + b(-h)k_I = 0$
- řešením této rovnice pro hledaný parametr dostaneme

$$k_I = \frac{ha(-h)}{b(-h)} = \frac{h}{G(-h)}$$



# Příklad na umístění jednoho pólu

$$G(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{1}{(s+1)^2}$$

$$D_C(s) = \frac{k_I}{s}$$

$$k_I = \frac{h}{G(-h)} = h(1-h)^2 = h^3 - 2h^2 + h$$

- zvolíme-li  $s = -h, h > 0$ , pak tento pól přiřadí konstanta
- vybereme-li např.  $h = 1/3$  tj. pól v  $s = -1/3$  pak je potřebná konstanta
- Tedy I regulátor s přenosem

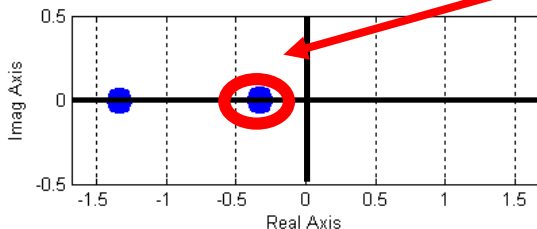
$$D_C(s) = \frac{4/27}{s}$$

$$k_I = 4/27$$

- přiřadí CL charakteristický polynom

$$c(s) = 0.15 + s + 2s^2 + s^3$$

- jeho kořeny, tedy CL póly jsou



- jeden z pólů (vlastně dvojnásobný) byl umístěn do požadované polohy a přitom je „dominantní“

```
>> format rat
>> P=1/(s+1)^2;
>> h=1/3,kI=h/value(P,-h)
h = 1/3      kI = 4/27
>> D=kI/s
D = 0.15 / s
>> c=P.den*D.den+P.num*D.num
c = 0.15 + s + 2s^2 + s^3
>> roots(c)
ans = -4/3
      -1/3 + 1/297399692i
      -1/3 - 1/297399692i
```



# Praktické triky: Filtrování derivace

- ideální derivace má pro vysoké frekvence příliš velké zesílení

$$y = \underbrace{\sin t}_{\text{signál}} + a \underbrace{\sin \omega t}_{\text{šum}} \quad \longrightarrow \quad \frac{dy}{dt} = \cos t + a\omega \cos \omega t$$

$$\text{poměr šum : signál} = a \quad \longrightarrow \quad = a\omega$$

- Proto ji často ještě filtrujeme: místo  $D = KT_d s$  použijeme

$$D = \frac{KT_d s}{1 + sT_d/N} \quad \begin{array}{l} \omega \downarrow \\ \nearrow \\ \omega \uparrow \end{array} \quad \begin{array}{l} D \cong KT_d s \\ D \cong KN, N \in [2, 20] \end{array}$$

- Alternativně nefiltrujeme jen D, ale všechny složky regulátoru

$$\tilde{C}(s) = C(s)C_f(s) = K \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \frac{1}{1 + sT_f + (sT_f)^2/2}$$

filtr 2. řádu s tlumením  $\zeta = 1/\sqrt{2}$

a konstantou  $T_f = T_i/N$  pro PI a  $T_f = T_d/N$  pro PID

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \tilde{C}(j\omega) = 0$$

high frequency roll-off



# Praktické triky: Set-point weighting

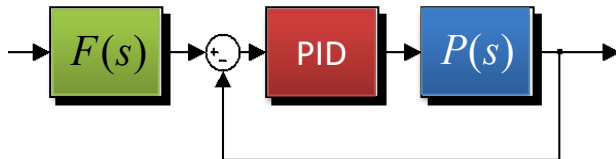
- Často se užívá flexibilnější struktura

$$u(t) = K \left( e_p(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de_d(t)}{dt} \right)$$
$$e_p = by_{sp} - y, \quad e_d = cy_{sp} - y$$

$$e = y_{sp} - y$$

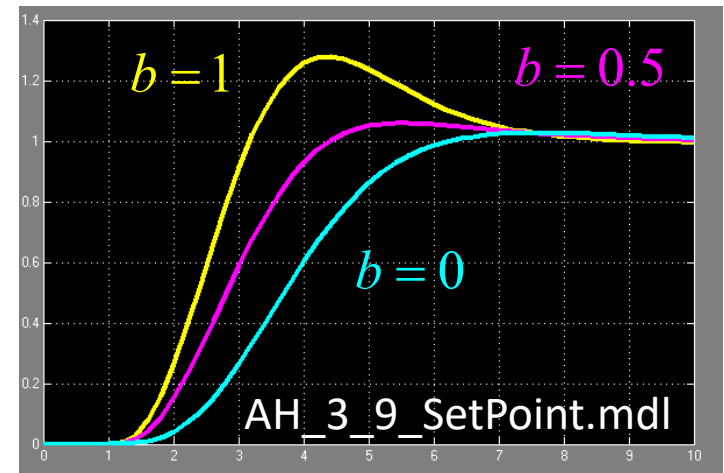
v integrační složce  
zůstává regulační  
odchylka kvůli nulové  
ustálené odchylce!

- Změnou vah dále ladíme  
např.  $b = 0$  zpomaluje reakci na změnu, ale zase snižuje překmit
- Je to ekvivalentní struktura se standardním PID a přímovazebním  $F$



$$F(s) = \frac{cT_iT_d s^2 + bsT_i + 1}{T_iT_d s^2 + sT_i + 1}$$

- volbou vah  $b, c$  tedy ovlivňujeme nuly  
výsledného přenosu

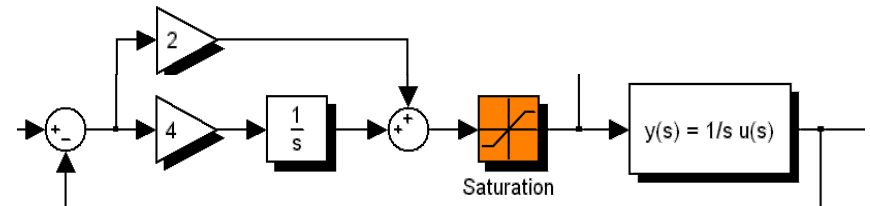


## Saturace akčního členu

- každý reálný akční člen má omezený rozsah
  - ventil může být nejvýše „úplně otevřený“ a nejméně „úplně zavřený“
  - řídicí plochy letadla se nemohou vychýlit za jistý úhel od nominální polohy
  - elektronické zesilovače mohou produkovat nejvýše konečné napětí

## Když dojde k saturaci

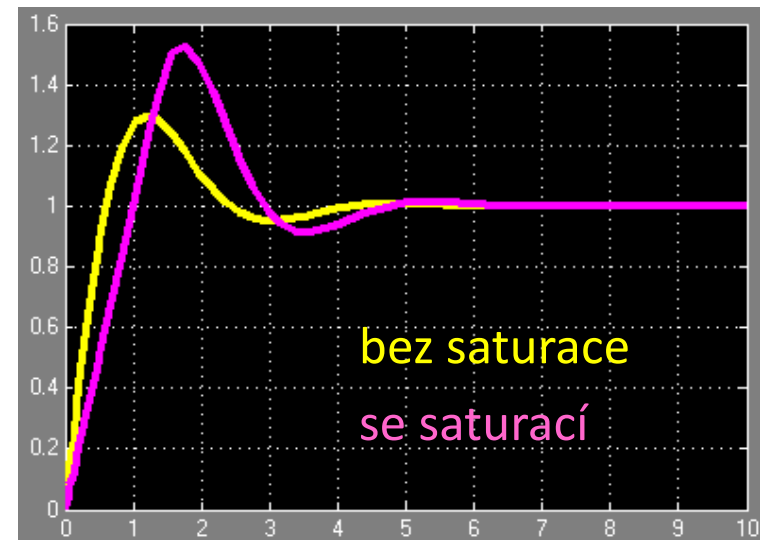
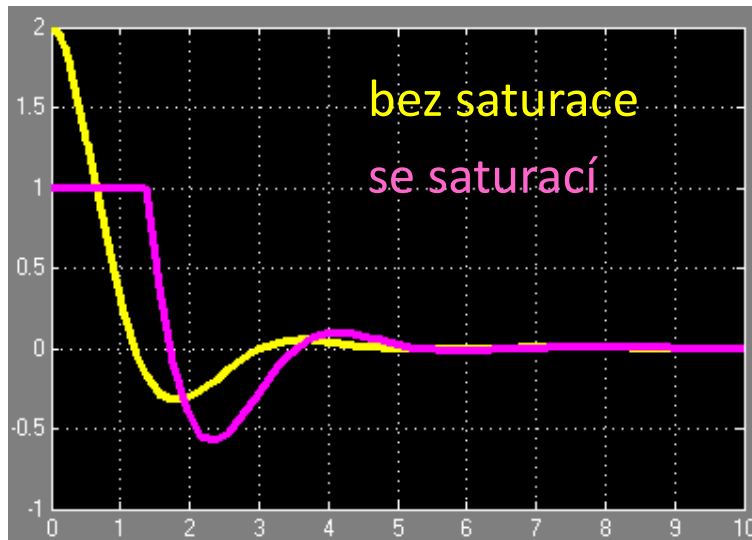
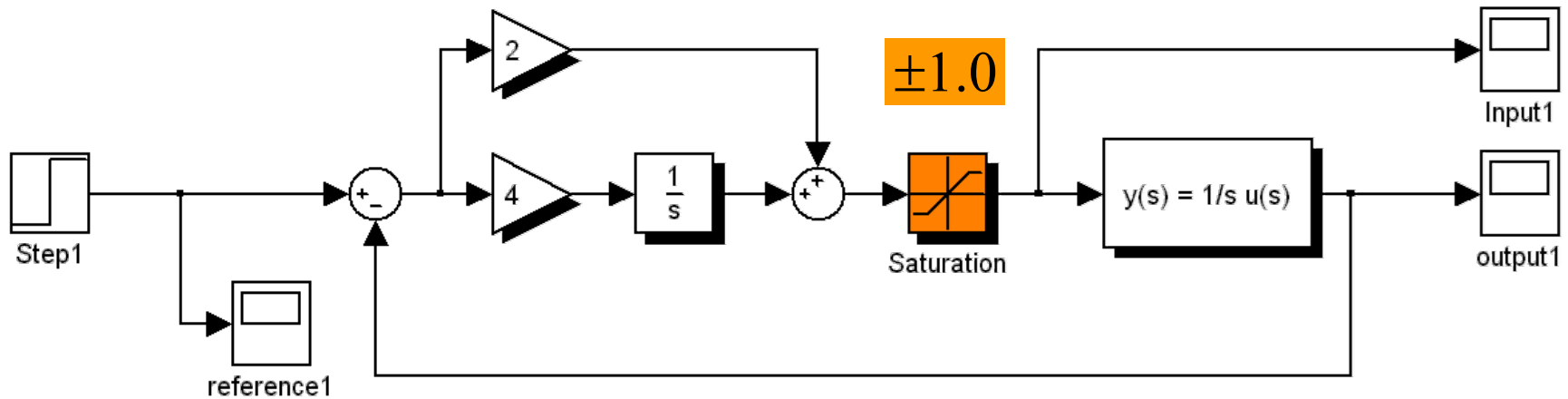
- řídicí signál dále neroste/neklesá a smyčka je v podstatě otevřená
- výstup integračního členu regulátoru za této situace stále zvyšuje svou hodnotu, ale není to k ničemu
- když se změní znaménko regulační odchylky, začne klesat, ale dlouho trvá, než se dostane pod úroveň saturace
- důsledkem je velký překmit a špatná odezva na skok
- v OL je integrační člen nestabilním prvkem a musí být extra stabilizován





# Anti-Windup

Automatické řízení - Kybernetika a robotika







- řešením je obvod anti-windup, který „vypne“ integrální akci, jakmile dojde k saturaci
- tím se zmenší překývnutí a přechodová charakteristika
- z hlediska stability způsobuje nelinearita typu saturace dočasné rozpojování smyčky
- účelem zařízení anti-windup je pomocí lokální ZV stabilizovat regulátor v době, kdy je hlavní smyčka rozpojena saturací
- každé řešení, které tohle umožní, může být použito jako anti-windup

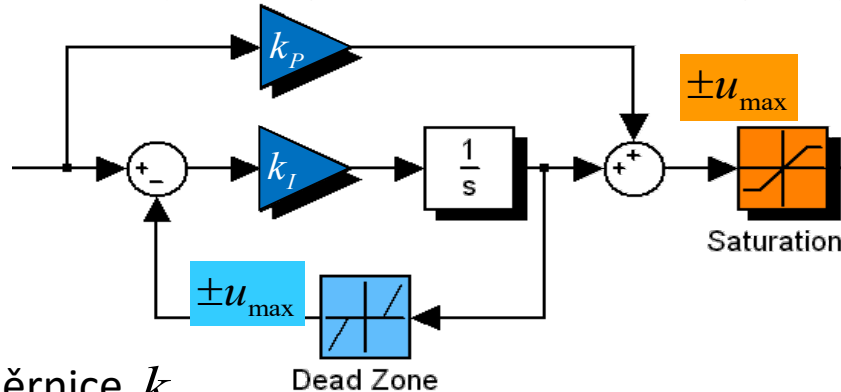
## Digitální řešení

- pokud je regulátor implementován digitálně, řešení je snadné
- prostě logika I člen vypne: „if  $|u| \geq u_{max}$ ,  $k_I = 0$ “



# Anti-Windup: Analogové řešení 1

(snadno se vysvětluje, nsnadno realizuje – potřebuje další nelinearitu)



po dobu saturace je to ekvivalentní zapojení

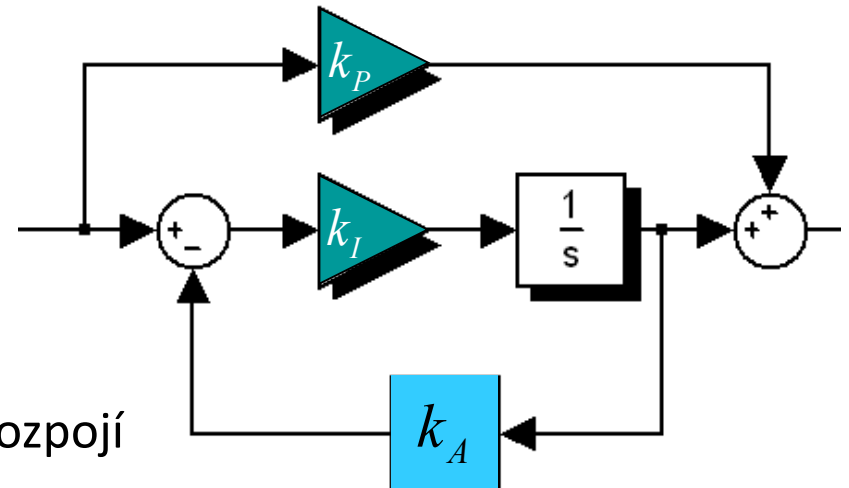
směrnice  $k_A$

- tedy po dobu saturace má regulátor přenos

$$\frac{k_I}{s + k_I k_A} + k_P$$



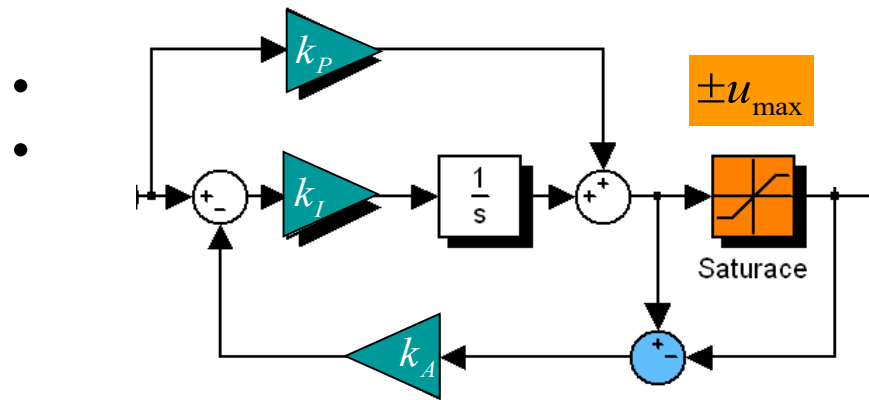
- který uděláme stabilní
- po skončení saturace se přidaná ZV rozpojí
- a regulátor je zase PI



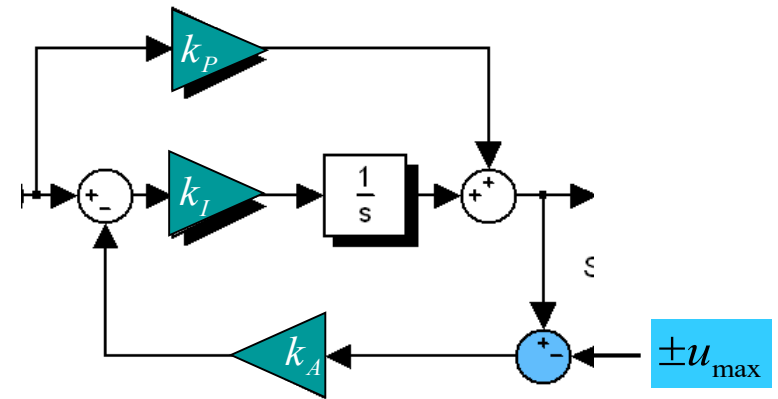


# Anti-Windup: Analogové řešení 2

(nesnadno se vysvětluje, snadno realizuje – nepotřebuje další nelinearitu)



po dobu saturace je to ekvivalentní zapojení



- tedy po dobu saturace je přenos regulátoru

$$\frac{k_P s + k_I}{s + k_I k_A}$$

- po skončení saturace se přidaná ZV rozpojí
- a regulátor je zase PI

